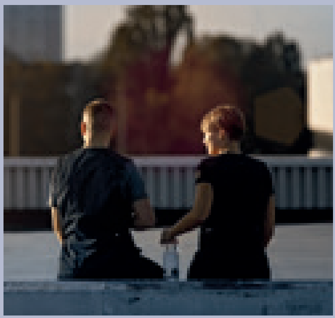
Landesinnungsverband des Dachdeckerhandwerks Sachsen

Landesbildungszentrum des Sächsischen Dachdeckerhandwerks e.V.

Arbeit und Leben SACHSEN

NachgeDACHt



Mathematik für Auszubildende des Dachdeckerhandwerks

BasisKomNet
Arbeitsorientierte Grundbildung in Netzwerken verankern

Arbeit und Leben

Herausgeber
ARBEIT UND LEBEN Sachsen e.V.
Egelstraße 4
04103 Leipzig
Tel.: 0341 71005-0
Fax: 0341 71005-55
E-Mail: info@arbeitundleben.eu

Autor
Rainer Wenzel

Redaktion
Frank Schott (verantwortlich)
Falko Böhme
Dr. Harald Köpping Athanasopoulos
Matthias Feldner
Miro Jennerjahn
Tony Strunz
Thomas Münch

Gestaltung
JULIUS FRÖBUS GmbH | www.froebus.de
Jan Pekie
Sabine Wenzel

Fotos
Titel: oben rechts Pixaby, alle anderen Landesbildungszentrum des Sächsischen Dachdeckerhandwerks, Fotograf Rico Lehr
Seite 5: ARBEIT UND LEBEN Sachsen e.V.
Seite 7: oben Landesbildungszentrum des Sächsischen Dachdeckerhandwerks, Portraits Landesinnungsverband des Dachdeckerhandwerks Sachsen, Fotograf André Wirsig
Seite 57: Adobe Stock

Dresden 2022

Inhaltsverzeichnis

schlau und kompetent

Vorwort

Die vorliegende Aufgabensammlung, entstanden im Projekt BasisKomNet. Arbeitsorientierte Grundbildung in Netzwerken verankern, ist in mehrfacher Hinsicht bemerkenswert.

Erstens ist sie Ergebnis vertrauensvoller und belastbarer Kooperationsbeziehungen zum Landesinnungsverband des Dachdeckerhandwerks Sachsen sowie zum Landesbildungszentrum des Sächsischen Dachdeckerhandwerks e.V.

Zweitens ist sie trotzdem eine Art Zufallsprodukt. Ohne die Einschränkungen bedingt durch die Corona-Pandemie, die Präsenzveranstaltungen immer wieder über längere Zeiträume hinweg unmöglich gemacht hat, wäre sie vermutlich nicht entstanden.

Drittens zeigt sie, welch wichtige Rolle arbeitsorientierte Grundbildung bei der Fachkräftesicherung spielen kann.

Und viertens schließlich verdeutlicht sie, wie wichtig funktionierende Netzwerke bei der Umsetzung arbeitsorientierter Grundbildungsangebote im ländlichen Raum sind.

Zwar setzt ARBEIT UND LEBEN Sachsen seit 2012 Angebote der arbeitsorientierten Grundbildung um, jedoch liegt hier der Schwerpunkt in der Regel auf den Bereichen Stärkung von Lese- und Schreibkompetenzen von Beschäftigten. Insofern war es für uns ohnehin schon etwas Besonderes, als sich im Laufe des Jahres 2019 die Zusammenarbeit mit dem Landesinnungsverband des Dachdeckerhandwerks Sachsen und dem Landesbildungszentrum des Sächsischen Dachdeckerhandwerks anbahnte. Denn hier lag der Fokus von Anfang an auf dem Bereich Mathematik.

Ausgangspunkt war die Feststellung, dass viele Dachdecker-Azubis zwar im praktischen Bereich sehr fit sind, sich jedoch im theoretischen für die Gesellenprüfung genauso wichtigen Bereich häufig schwertun. Und so war die Idee geboren ein offenes Lernangebot Mathematik zu schaffen, auf das die Azubis immer dann zurückgreifen können, wenn sie sich vor Ort im Landesbildungszentrum in Aue-Bad Schlema aufhalten. Denn angesichts des Fachkräftemangels ist es für viele Dachdeckerbetriebe essentiell, dass der Nachwuchs nach drei Jahren Ausbildung nicht an den Abschlussprüfungen scheitert.

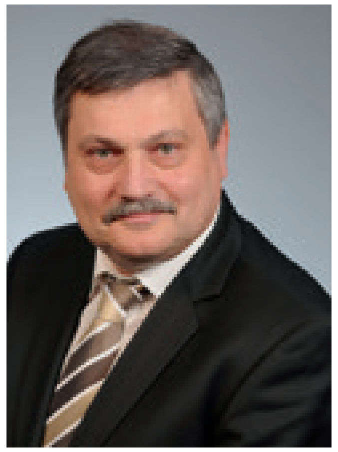
Nach einem erfolgreichen Auftakt des Lernangebotes war dann jedoch bald wieder Schluss. Die Corona-Pandemie machte Präsenzveranstaltungen unmöglich und ein Umschwenken auf ein Online-Format war in diesem Bereich schlicht nicht praktikabel. So entstand die Idee, eine Aufgabensammlung speziell zugeschnitten auf die Bedürfnisse der Dachdeckerausbildung zu entwickeln, die Azubis als Unterstützung bei der Erarbeitung und Anwendung der notwendigen mathematischen Grundlagen dienen sollte.

Uprünglich angedacht war eine kleine, übersichtliche Sammlung von Aufgaben. Zu unser aller Überraschung wuchs und wuchs die Sammlung jedoch bis auf den jetzigen Stand. Dies ist zuallererst unserem Dozenten Rainer Wenzel zu verdanken, der nicht nur das ursprüngliche offene Lernangebot Mathematik mit viel Liebe zum Detail vorbereitete und umsetzte, sondern sofort Feuer und Flamme war, als die Idee dieser Aufgabensammlung entstand. Diese Leidenschaft ist seiner Arbeit jederzeit sofort anzumerken.

An der Dozentenfrage wird auch die Bedeutung der unter viertens genannten funktionierenden Netzwerke deutlich. Aufgrund der Art des geplanten Grundbildungsangebotes, war es uns wichtig, einen Dozenten oder eine Dozentin von vor Ort zu finden. Hier gab schließlich die Volkshochschule Erzgebirgskreis den entscheidenden Hinweis.

Und so hat ein Produkt wie die vorliegende Aufgabensammlung am Ende viele Mütter und Väter. **Wir danken ausdrücklich allen Beteiligten:**

- dem Landesinnungsverband des Dachdeckerhandwerks Sachsen und dem Landesbildungszentrum des Sächsischen Dachdeckerhandwerks für die fruchtbare Kooperation;
- Herrn Rainer Wenzel für die gewissenhafte Umsetzung;
- der Julius Fröbus GmbH für die hervorragende gestalterische Umsetzung der Aufgabensammlung;
- dem Bundesarbeitskreis Arbeit und Leben, der die Gesamtkoordination des Projektes BasisKomNet. Arbeitsorientierte Grundbildung in Netzwerken verankern übernimmt;
- und nicht zuletzt dem Bundesministerium für Bildung und Forschung, das durch seine Förderung die Projektarbeit ermöglicht.



Frank Schott
Geschäftsführer ARBEIT UND LEBEN Sachsen e.V.

Miro Jennerjahn
Fachbereichsleiter Grundbildung ARBEIT UND LEBEN Sachsen e.V.

"Stillstand ist Rückschritt."

Rudolf von Bennigsen-Foerder

Landesbildungszentrum des Sächsischen Dachdeckerhandwerks e.V. in Bad Schlema
Kompetenzzentrum für die Aus- und Weiterbildung der Dachdeckerlehrlinge, der Dachdeckergesellen und Dachdeckermeister.

Dieses Buch ist nicht irgendein Buch.

Liebe(r) Auszubildende(r) im Dachdeckerhandwerk,

wir freuen uns, Dich in der Familie des Dachdeckerhandwerks begrüßen zu dürfen. In den nächsten Monaten wirst Du gemeinsam mit Deinem Ausbildungsbetrieb, der Berufsschule und in unserer überbetrieblichen Ausbildungsstätte in Aue-Bad Schlema alle Grundlagen für den Beruf als Dachdecker(in) erlernen.

Dein und auch unser Ziel ist es, dass wir die Ausbildung mit einer erfolgreichen Gesellenprüfung zum Abschluss bringen.

Was Du auf den nachfolgenden Seiten an Unterstützung findest, ist keine Selbstverständlichkeit. Es ist das Ergebnis einer Zusammenarbeit zwischen ARBEIT UND LEBEN Sachsen e.V., dem Landesbildungszentrum des Sächsischen Dachdeckerhandwerks e.V. (LBZ) und dem Landesinnungsverband des Dachdeckerhandwerks Sachsen, drei Institutionen, die neben hauptamtlichen Angestellten von ehrenamtlichen Vertretern geleitet und gestaltet werden.

Im Übrigen: Mitglieder des Landesbildungszentrums des Sächsischen Dachdeckerhandwerks e.V. sind die zwölf sächsischen Dachdecker-Innungen sowie der Landesinnungsverband des Dachdeckerhandwerks Sachsen. Organisationen, die sich freiwillig gegründet haben und sich regional für die Belange im Dachdeckerhandwerk einsetzen. Ohne diese Organisationen, die darin aktiven Ehren- und Hauptämter sowie starke Kooperationspartner wie ARBEIT UND LEBEN Sachsen e.V. mit denen wir zusammenarbeiten, würdest Du und Dein Ausbildungsbetrieb vielleicht nicht allein während Deiner Ausbildung dastehen, eine solche Aufgabensammlung wie die hiesige, wäre jedoch nicht entstanden.

Im ersten Schritt starteten wir mit einem einmal wöchentlichen **kostenlosen** offenen Lernangebot im Clubraum im Wohnheim in Schneeberg. Diese wurde schnell fester zusätzlicher Bestandteil in unseren Räumen und schnell sammelten sich speziell auf das Dachdeckerhandwerk abgestimmte Aufgaben. Du erlaubst uns kurz den Erstellern dieser umfangreichen Aufgabensammlung Danke zu sagen: Herr Rainer Wenzel (Dozent) und Herr Matthias Feldner (Leiter des LBZ), die neben ihrer eigentlichen Tätigkeit Zeit und Arbeit investiert haben, damit dieses Werk inhaltlich überhaupt entstehen konnte.

Fazit: Dieses Buch ist nicht irgendein Buch. Es ist aus dem sächsischen Dachdeckerhandwerk, von sächsischen Dachdeckern und Lehrern für (angehende) sächsische Dachdecker entstanden als freiwilliges Projekt, um Auszubildenden bei dem Erfolg ihrer Ausbildung zu unterstützen.

Daher freuen wir uns, wenn dieses Buch von Dir nicht nur nett ins Regal gestellt wird, sondern von Dir auch verwendet wird, wofür es gedacht ist: Dein Wissen und Deine Zukunft zu gestalten und Deinen beruflichen Karriereweg stetig mit Erfolg nach oben zu bringen.

Dir wünschen wir vor allem Durchhaltevermögen, Wissensdurst und Freude sowie Erfolg bei Deiner Ausbildung.

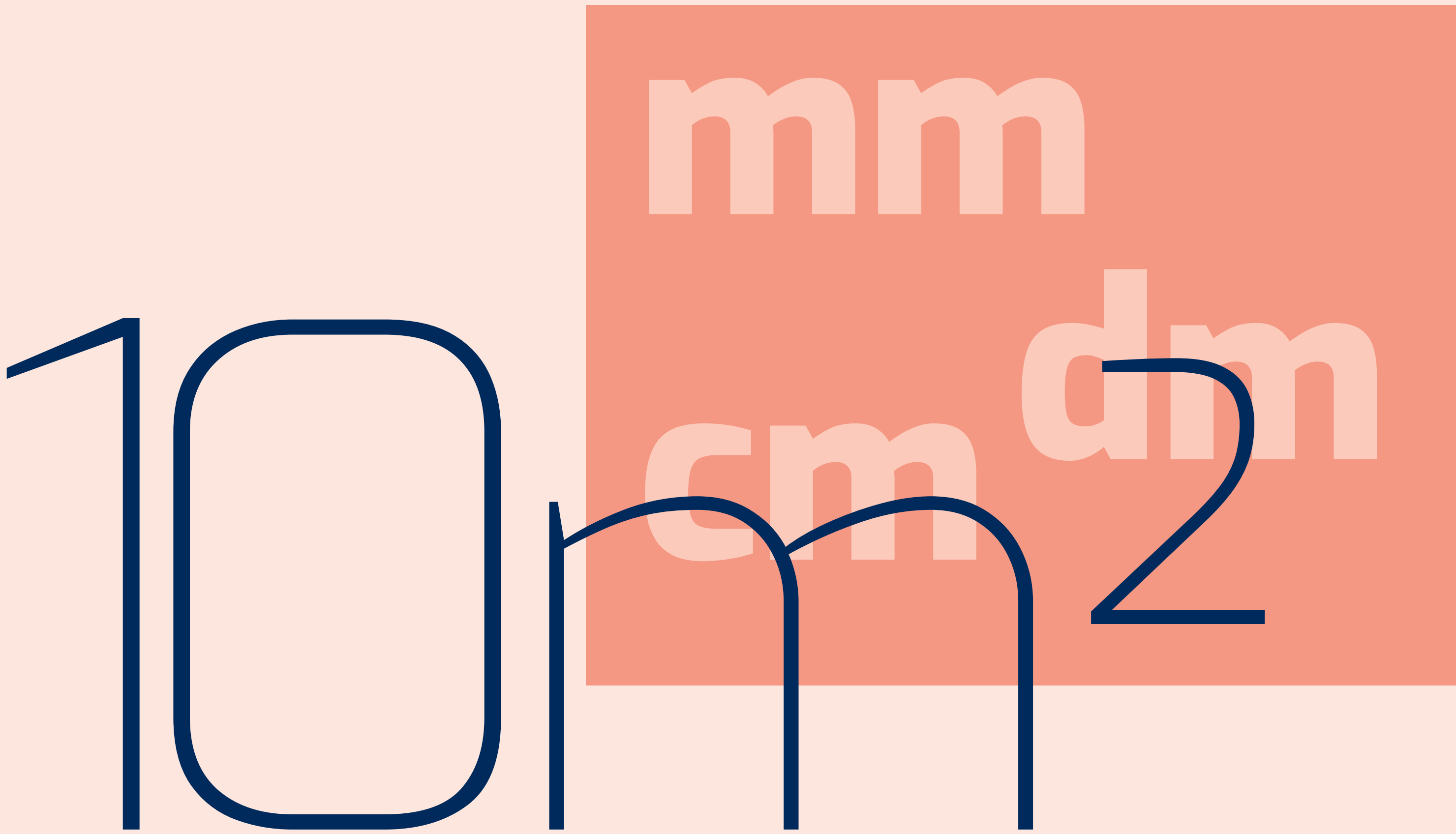
Im Namen der zwölf sächsischen Dachdecker-Innungen, dem Landesinnungsverband des Dachdeckerhandwerks Sachsen und dem Landesbildungszentrum des Sächsischen Dachdeckerhandwerks mit allen seinen Innungsbetrieben und Vorständen.

Andreas Kunert
Landesinnungsmeister/
Vorsitzender

Thomas Münch
Geschäftsführer

Kapitel 1

Das Umrechnen von Maßen



HINWEIS
UZ = Umrechnungszahl

1.1. Das Umrechnen von Maßen der Länge

	1 mm		1 cm		1 dm		1 m		(10 m)		(100 m)		1 km
UZ		10		10		10		10		10		10	
					100					1.000			

a. **Umrechnen in eine kleinere Einheit:** ←
Die Maß**einheit** soll kleiner werden.
Also muss die Maß**zahl** größer werden. » **Multiplizieren mit UZ "**
Beispiel: **2 m = ... cm** (**m** soll **cm** werden) Rechne also **2 · 100 = 200**

b. **Umrechnen in eine größere Einheit:** →
Die Maß**einheit** soll größer werden.
Also muss die Maß**zahl** kleiner werden. » **Dividieren durch UZ "**

1.2. Das Umrechnen von Maßen der Fläche

	$1\ mm^2$		$1\ cm^2$		$1\ dm^2$		$1\ m^2$		1 a		1 ha		$1\ km^2$
UZ		100		100		100		100		100		100	
					10.000					1.000.000			

a. **Umrechnen in eine kleinere Einheit:** ←
Die Maß**einheit** soll kleiner werden.
Also muss die Maß**zahl** größer werden. » **Multiplizieren mit UZ "**

b. **Umrechnen in eine größere Einheit:** →
Die Maß**einheit** soll größer werden.
Also muss die Maß**zahl** kleiner werden. » **Dividieren durch UZ "**

1.3. Das Umrechnen von Maßen des Raumes (Volumen)

	$1\ mm^3$		$1\ cm^3$		$1\ dm^3$		$1\ m^3$		$(10\ m)^3$		$(100\ m)^3$		$1\ km^3$
UZ		1.000		1.000		1.000		1.000		1.000		1.000	
					1.000.000					1.000.000.000			

HINWEIS
Übrigens entspricht $1\ cm^3$ = 1 ml und $1\ dm^3$ = 1 l

a. **Umrechnen in eine kleinere Einheit:** ←
Die Maß**einheit** soll kleiner werden.
Also muss die Maß**zahl** größer werden. » **Multiplizieren mit UZ "**

b. **Umrechnen in eine größere Einheit:** →
Die Maß**einheit** soll größer werden.
Also muss die Maß**zahl** kleiner werden. » **Dividieren durch UZ "**

1.4. Zusammenfassung

MERKE

Die Umrechnungszahl von einer Einheit in die nächstfolgende ist
- bei Längen 10 (Komma rückt um 1 Stelle)
- bei Flächen 100 (Komma rückt um 2 Stellen)
- bei Raummaßen 1.000 (Komma rückt um 3 Stellen)

Umrechnen in eine kleinere Einheit
- Maßzahl muss größer werden
- also mit der Umrechnungszahl multiplizieren
- Das Komma nach rechts verschieben und eventuell Nullen anhängen.
  Beispiel: 12 dm = 12 · 10 cm = 120 cm oder 12,0 dm = 120,0 cm

Umrechnen in eine größere Einheit
- Maßzahl muss kleiner werden
- also durch die Umrechnungszahl dividieren
- Das Komma nach links verschieben und eventuell Nullen davorsetzen.
  Beispiel: 7 cm = 7 : 100 m = 0,07 m oder 7,0 cm = 0,07 m

Übungen

Aufgabe 1.1.

Umrechnen von Längenmaßen

a. in die jeweils gegebene kleinere Einheit

4,50 m	=	dm
4,50 m	=	cm
34,7 km	=	m
8,45 m	=	mm
0,73 dm	=	cm

b. in die jeweils gegebene größere Einheit

90 mm	=	cm
1.200 cm	=	m
425 cm	=	m
5.000 cm	=	m
8,5 dm	=	m
37.000 m	=	km
900 mm	=	m
75 m	=	km

c. in die jeweils gegebene Einheit - Überlege selbst, ob diese jeweils eine kleinere oder größere ist und du also multiplizieren oder dividieren musst.

3.000 cm	=	m
9,5 cm	=	m
58.700 dm	=	m
58.700 dm	=	cm
70,3 cm	=	m
75 m	=	dm
2 m	=	km

Aufgabe 1.2.

Umrechnen von Flächenmaßen

a. in eine kleinere Einheit

56 m^2	=	dm^2
56 m^2	=	cm^2
56 m^2	=	mm^2
3,5 a	=	m^2
4,25 ha	=	m^2

b. in eine größere Einheit

6.000 mm^2	=	cm^2
6.000 mm^2	=	dm^2
6.000 mm^2	=	m^2
51 m^2	=	a
425 m^2	=	ha
85 cm^2	=	m^2

c. in eine andere Einheit

900 cm^2	=	dm^2
900 cm^2	=	m^2
750 m^2	=	a
350 dm^2	=	m^2
42,5 m	=	a
125 a	=	ha

Übungen

Aufgabe 1.3.

Umrechnen von Raummaßen

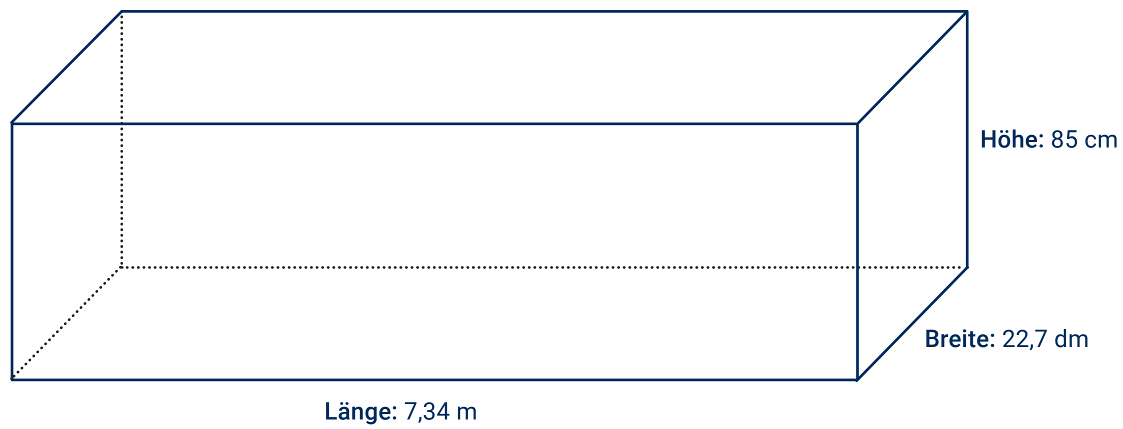
138 m^3	=	dm^3
7.500 dm^3	=	m^3
7.500 dm^3	=	l
80.000 cm^3	=	m^3
8.300 l	=	m^3
120 m^3	=	l

Aufgabe 1.4.

a. Berechne die Größe eines Standard-Fußballfeldes. Gib das Ergebnis in Quadratmeter, in Ar und in Hektar an.

	Länge	Breite
Mindestmaße	100 m	64 m
Standardmaße (für internationale Spiele)	105 m	68 m
Höchstmaße	110 m	75 m

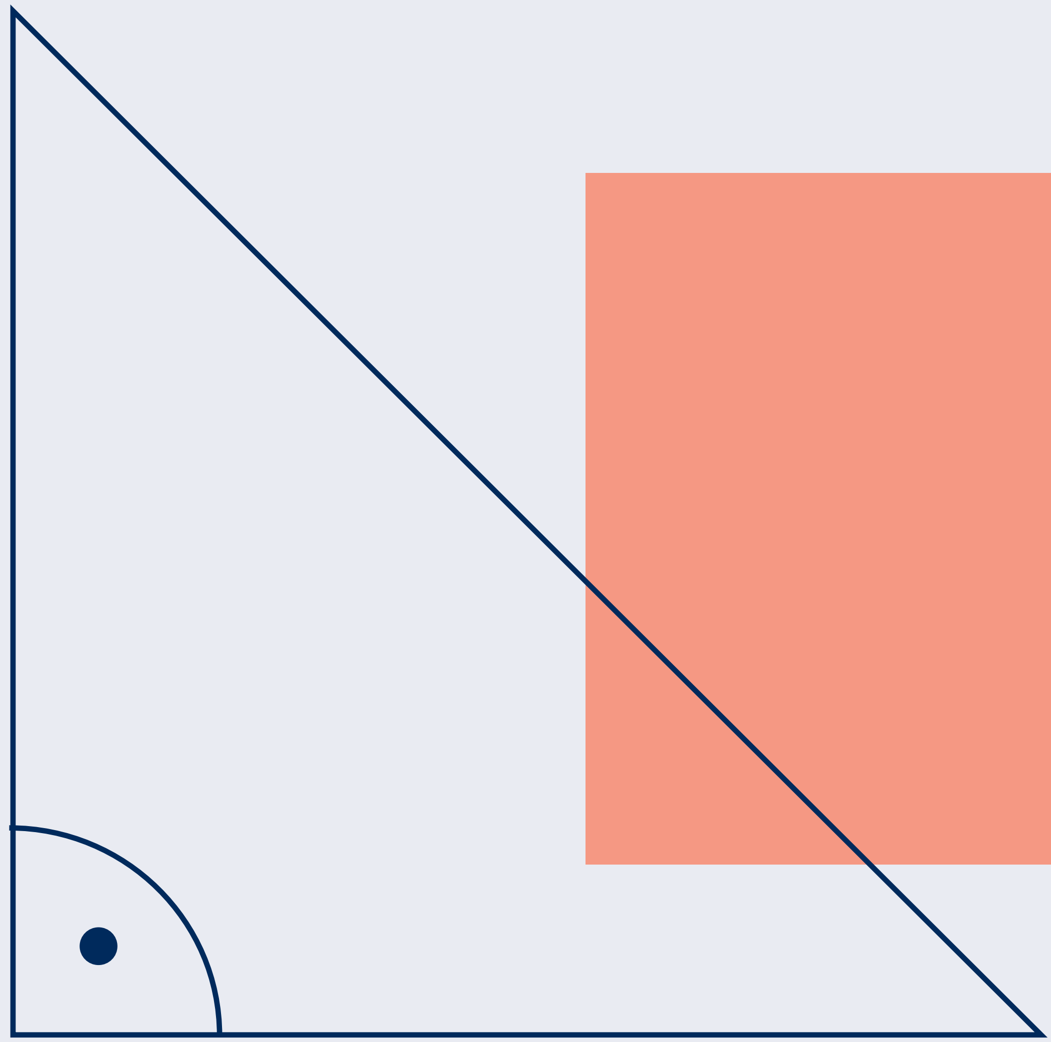
b. Berechne das Volumen des abgebildeten Dachraumes. (Alle Begrenzungsflchen sind Rechtecke)



Notizen

Kapitel 2

Das rechtwinklige Dreieck



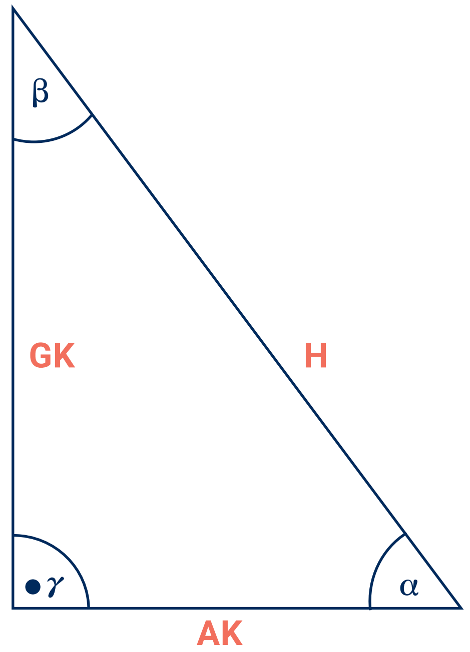
2.1. Stücke im rechtwinkligen Dreieck

H **Hypotenuse** = längste Seite im rechtwinkligen Dreieck liegt stets dem rechten Winkel gegenüber.

AK **Ankathete** = eine der beiden kürzeren Seiten (Katheten) des rechtwinkligen Dreieckes; die Kathete, die direkt am betrachteten Winkel (hier: α (sprich: alfa)) liegt.

GK **Gegenkathete** = die andere der beiden kürzeren Seiten des rechtwinkligen Dreieckes; die Kathete, die nicht am betrachteten Winkel (hier: α) liegt.

α, β **spitze Winkel** = Jedes rechtwinklige Dreieck hat außer dem rechten Winkel (hier: γ (sprich: gamma) noch zwei spitze Winkel (hier: α und β (sprich: beta).



2.2. Sätze (Gesetzmäßigkeiten) am rechtwinkligen Dreieck

Satz des Pythagoras:
Das Quadrat der Hypotenuse ist gleich der Summe der Quadrate der Katheten.

$$H^2 = GK^2 + AK^2$$

Innenwinkelsatz:
Die Summe der Innenwinkel im Dreieck beträgt stets 180°.

$$\alpha + \beta + \gamma = 180°$$

Bedeutet auch:
Im rechtwinkligen Dreieck beträgt die Summe der beiden spitzen Winkel stets 90°.

$$\alpha + \beta = 90°$$

2.3. Definitionen für Winkel am rechtwinkligen Dreieck

Sinus eines Winkels:
ist das Verhältnis von Gegenkathete zu Hypotenuse.

$$\sin\alpha = \frac{GK}{H}$$

Kosinus eines Winkels:
ist das Verhältnis von Ankathete zu Hypotenuse.

$$\cos\alpha = \frac{AK}{H}$$

Tangens eines Winkels:
ist das Verhältnis von Gegenkathete zu Ankathete.

$$\tan\alpha = \frac{GK}{AK}$$

Alle diese so berechneten Werte (sin α, cos α, tan α) sind Zahlen ohne Maßeinheit. Aus diesen Zahlen berechnet man dann mit dem Rechner den Winkel in Grad.

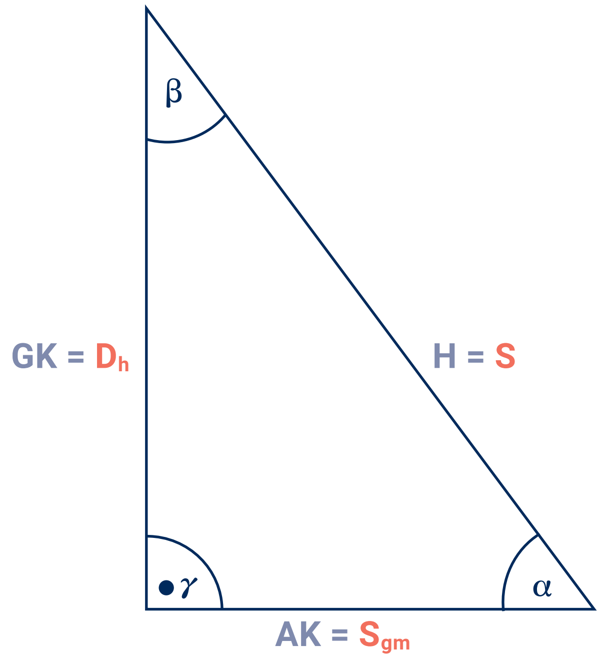
2.4. Das rechtwinklige Dreieck des Dachdeckers

H Als Hypotenuse H verwendet er die **Sparrenlänge S.**

AK Als Ankathete AK verwendet er die halbe Dachbreite, also das **Sparrengrundmaß S_{gm}** (oder auch **X**).

GK Als Gegenkathete GK verwendet er die **Dachhöhe D_h** (oder auch **H**).

α Der spitze Winkel zwischen Sparrengrundmaß und Sparrenlänge ist die **Dachneigung α.**



Für Dachdecker gilt also :

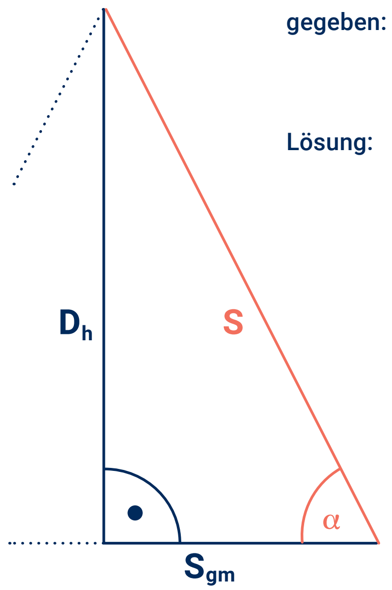
Satz des Pythagoras: $S^2 = D_h^2 + S_{gm}^2$

oder auch: $S^2 = H^2 + X^2$

für die Dachneigung z.B.: $\tan\alpha = \frac{D_h}{S_{gm}}$

2.5. Eine Beispielaufgabe

Ein Satteldach mit gleicher Neigung habe eine Breite von 12,00 m und eine Dachhöhe von 8,00 m. Berechne die Sparrenlänge und die Dachneigung.



gegeben: $D_h = 8{,}00\ m$
$S_{gm} = 6{,}00\ m$

gesucht: S, α

Lösung:

$S^2 = D_h^2 + S_{gm}^2$

$S^2 = (8{,}00\ m)^2 + (6{,}00\ m)^2$

$S = \sqrt{100\ m^2}$

$\underline{\underline{S = 10\ m}}$

$\tan\alpha = \frac{D_h}{S_{gm}}$

$\tan\alpha = \frac{8{,}00\ m}{6{,}00\ m}$

$\tan\alpha = 1{,}333...$

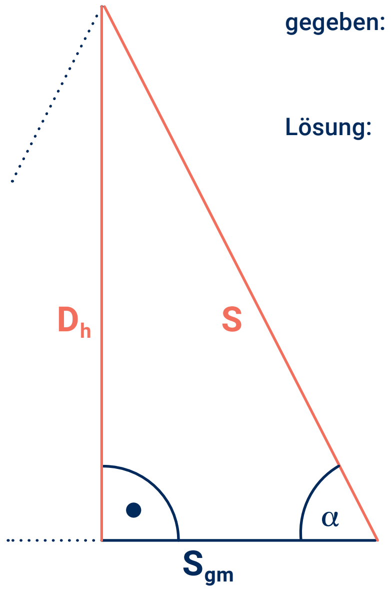
$\alpha = 53{,}13...°$

$\underline{\underline{\alpha = 53°}}$

Dies ist eine (Teil-) Skizze des Dachgiebels.

2.6. Eine Beispielaufgabe mit Umstellen der Formel

Ein Satteldach mit gleicher Neigung habe eine Breite von 9,40 m und eine Dachneigung von 38°. Berechne die Dachhöhe und die Sparrenlänge.



gegeben: $S_{gm} = 4{,}70\ \text{m}$, $\alpha = 38°$

gesucht: D_h, S

Lösung:

$\tan\alpha = \dfrac{Dh}{Sgm} \quad \Big|\cdot Sgm$

$Sgm \cdot \tan\alpha = Dh$

$Dh = Sgm \cdot \tan\alpha$

$Dh = 4{,}70\ \text{m} \cdot \tan 38°$

$Dh = 4{,}70\ \text{m} \cdot 0{,}7812...$

$\underline{\underline{Dh = 3{,}67\ \text{m}}}$

$\cos\alpha = \dfrac{Sgm}{S} \quad \Big|\cdot S$

$S \cdot \cos\alpha = Sgm \quad \Big| : \cos\alpha$

$S = \dfrac{Sgm}{\cos\alpha}$

$S = \dfrac{4{,}70\ \text{m}}{\cos 38°}$

$S = \dfrac{4{,}70\ \text{m}}{0{,}7880...}$

$\underline{\underline{S = 5{,}96\ \text{m}}}$

Skizze (nicht maßstäblich)

2.7. Zusammenfassende Hinweise

- Achte darauf, dass das betrachtete **Dreieck rechtwinklig** ist. Nur dann gelten die genannten Gesetzmäßigkeiten. Suche solche Dreiecke oder bilde sie in Gedanken.
- Im rechtwinkligen Dreieck **berechnest du die Länge der größten Seite** aus den beiden kleineren, indem du die Quadrate der beiden kleineren bildest, diese Quadrate zusammenzählst und dann die Wurzel daraus ziehst.

  Beispiel: $S = \sqrt{D_h^{\,2} + S_{gm}^{\,2}}$

- Im rechtwinkligen Dreieck **berechnest du die Länge einer der kleineren Seiten** aus den beiden anderen, indem du vom Quadrat der größten Seite das Quadrat der gegebenen kleinen abziehst und dann die Wurzel daraus ziehst.

  Beispiel: $D_h = \sqrt{S^2 - S_{gm}^{\,2}}$

  Der Sinus oder der Kosinus eines spitzen Winkels ist immer eine Zahl zwischen 0 und 1.

  Beispiel: $\alpha = 30°$, dann ist $\sin\alpha = 0{,}5$ und $\cos\alpha = 0{,}86602$

- Der Tangens eines Winkels zwischen 0° und 45° ist eine Zahl zwischen 0 und 1. Der Tangens von 45° ist 1. Der Tangens eines Winkels zwischen 45° und 90° ist eine Zahl größer als 1.

  Beispiel: $\alpha = 30°$, dann $\tan\alpha = 0{,}57735$; $\beta = 60°$, dann $\tan\beta = 1{,}73205$

Teste mit deinem Rechner!

Übungen

MERKE

Im Dreieck werden die Eckpunkte mit großen Buchstaben benannt und die Seiten mit kleinen. **Es gilt:** Seite a liegt gegenüber Eckpunkt A usw. und beim Eckpunkt A liegt (Innen-) Winkel α usw.

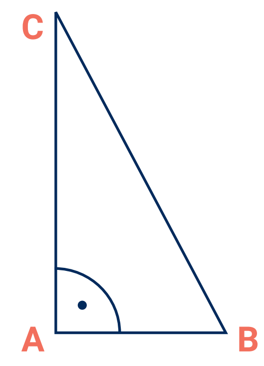
Aufgabe 2.1.

a. Benenne die drei Innenwinkel des Dreieckes ABC.

b. Welche Seiten sind hier die Katheten bzw. und welche ist Hypotenuse?

c. Notiere für dieses Dreieck die Formel nach dem Satz des Pythagoras!

d. Notiere für den Winkel beim Punkt B die Formeln für den Sinus, den Cosinus und den Tangens dieses Winkels β.



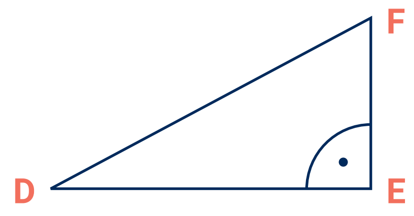
Aufgabe 2.2.

a. Benenne die Seiten und Winkel (α, β, γ; Winkel α soll beim Punkt D liegen). Wie heißt demnach hier der rechte Winkel?

b. Welchen Seiten sind die Katheten? Welche Seite ist die Hypotenuse?

c. Notiere die Formel nach dem Satz des Pythagoras.

d. Notiere für den Winkel beim Punkt F die Formeln für den Sinus, den Cosinus und den Tangens dieses Winkels.



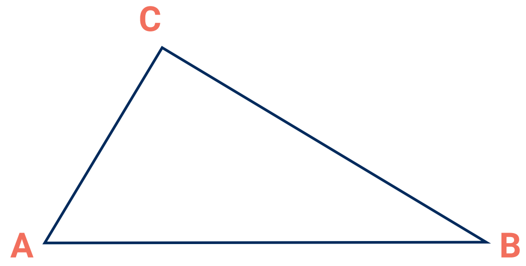
Aufgabe 2.3.

Für das Dreieck ABC gelte: $c^2 = a^2 + b^2$.

a. Benenne die Innenwinkel und Seiten.

b. Welche Seite ist die Hypotenuse. Welcher der 3 Winkel ist der rechte Winkel?

c. Notiere für den Winkel beim Punkt A die Formeln für den Sinus, den Cosinus und den Tangens dieses Winkels.



Übungen

> **MERKE**
> Im Allgemeinen werden im Dreieck die Eckpunkte mit großen Buchstaben benannt und die Seiten mit kleinen.
> Es gilt: Seite a liegt gegenüber Eckpunkt A usw.
> Und es gilt auch: Beim Eckpunkt A liegt (Innen-) Winkel α usw.

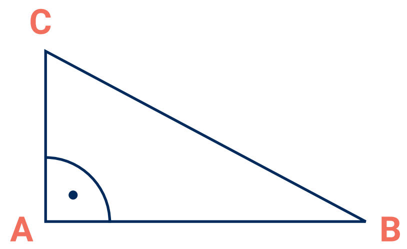
Aufgabe 2.4.

geg.: b = 3,50 m
c = 350 cm

a. Übernimm die Skizze und beschrifte die Seiten und Winkel des Dreiecks ABC.

b. Berechne die Länge der Seite a.

c. Berechne die Größe der Winkel β (bei B) und γ (bei C) mithilfe des Innenwinkelsatzes.



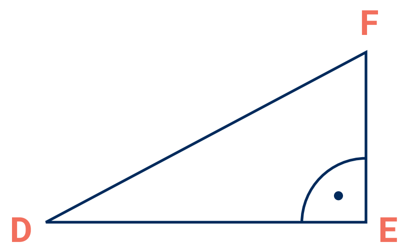
> **MERKE**
> Der Umfang eines Dreiecks ist die Summe der Seitenlängen.

Aufgabe 2.5.

geg.: d = 2,80 m
f = 4,5 m

a. Berechne die Länge der Seite e und Größen der Winkel α und γ (Winkel α soll beim Punkt D liegen).

b. Berechne den Umfang des Dreieckes DEF.



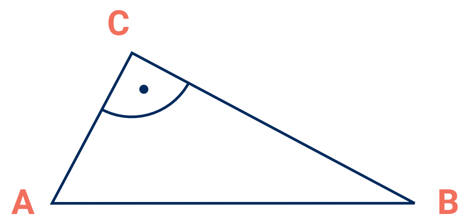
Aufgabe 2.6.

geg.: b = 2,65 m
c = 400 cm

a. Berechne die Länge der Seite a.

b. Notiere Namen (Symbol) und Größe des gegebenen Winkels.

c. Berechne die Größen der beiden anderen Winkel.



Übungen

> **MERKE**
> In jedem Dreieck gilt: Der größeren Seite liegt der größere Winkel gegenüber.
> (Beispiel: Wenn $\alpha > \beta$ ist, dann gilt auch a > b.)

Aufgabe 2.7.

Für ein Dreieck ABC sei gegeben: $\alpha = 25°$, $\beta = 90°$, a = 2.200 mm.

a. Überlege: Welche Seite ist hier die Hypotenuse? Wie groß ist der Winkel γ etwa? Ist somit die Seite c größer oder kleiner als die Seite a?

b. Skizziere das Dreieck ABC entsprechend. Beschrifte Eckpunkte, Seiten und Winkel.

c. Berechne die Größe des Winkels γ und die Längen der Seiten b und c.

Aufgabe 2.8.

Für ein „Dachdeckerdreieck“ sei bekannt: Die Dachneigung α betrage 52° und die Dachhöhe D_h (oder auch mit H benannt) betrage 3,75 m.

a. Überlege: Welche Seite ist bei diesem „Dachdeckerdreieck“ die Hypotenuse? Ist das Sparrengrundmaß S_{gm} (X) größer oder kleiner als die Dachhöhe D_h (H)?

b. Skizziere das Dreieck entsprechend und beschrifte.

c. Berechne die Sparrenlänge S und das Sparrengrundmaß S_{gm} (X).

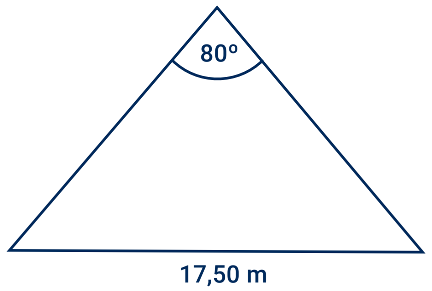
> **MERKE**
> Sind die Seiten eines Dreieckes gleich lang, so sind auch die gegenüberliegenden Winkel gleich groß. (Das Dreieck ist dann gleichschenklig, die beiden gleich großen Winkel nennt man Basiswinkel.)

Aufgabe 2.9.

Für den Giebel eines Satteldaches mit gleicher Neigung sind die die Dachbreite und die Winkelgröße an der Giebelspitze bekannt (siehe Skizze).

a. Übernimm die Skizze und ergänze diese mit einem rechtwinkligen Dreieck, in welchem du Sparrenlänge, Sparrengrundmaß und Dachhöhe kennzeichnest.

b. Berechne Neigungswinkel, Sparrengrundmaß, Sparrenlänge und Dachhöhe.



Notizen

Kapitel 3

Prozent-rechnung

3.1. Grundbegriffe – Definitionen und Beispiel

- Das betrachtete Ganze (einen günstigen Bezugswert) nennt man **Grundwert.** Dem Grundwert entsprechen immer hundert Prozent (100%).
- Der hundertste Teil von einem Ganzen (vom Bezugswert) heißt **1 Prozent** (1%).
- Der **Prozentsatz** gibt an, welchen Anteil (in %) vom Ganzen man meint.
- Der **Prozentwert** gibt an, wie groß dieser Anteil tatsächlich (absolut) ist.

Ein Beispiel: Ein Sparren habe eine Gesamtlänge von 300 cm.

- Der **Grundwert** – also 100% – ist hier **300 cm**
- **1 Prozent** – also der hundertste Teil – ist hier **3 cm**
- Die Hälfte des Sparrens bezeichnet man mit dem **Prozentsatz** hier **50%**
- Die tatsächliche Hälfte des Sparrens – also der **Prozentwert** – ist hier **150 cm**

3.2. Der Prozentbegriff – Zusammenhänge

Wozu Prozentangaben	• man kann beliebige Anteile vom Ganzen (vom Bezugswert) angeben • so wird Vergleichbarkeit ermöglicht
Zusammenhang	100% ≙ Grundwert Prozentsatz ≙ Prozentwert
Beispiel	100% ≙ 300 cm 1% ≙ 3 cm

MERKE immer in% — immer in der gleichen Maßeinheit hier in cm

HINWEIS ≙ sprich: „entspricht"

3.3. "Bequeme" Prozentsätze

Werte für einfache Prozentsätze ermitteln z. B. mal schnell auf der Baustelle

Prozent-satz	100%	50%	25%	10%	1%	20%	5%	33,3%
als Bruch								
rechne								
Beispiele								
Dachziegel								
Trauflänge in Meter								
Dachpreis in Euro								

Gehirn-jogging ohne Rechner

Beispielaufgabe

Prozent-satz	100%	50%	25%	10%	1%	20%	5%	33,3%
als Bruch	(1/1 =) 1	1/2	1/4	1/10	1/100	1/5	1/20	1/3
rechne								
Beispiele								
Dachziegel								
Trauflänge in Meter								
Dachpreis in Euro								

Prozent-satz	100%	50%	25%	10%	1%	20%	5%	33,3%
als Bruch	(1/1 =) 1	1/2	1/4	1/10	1/100	1/5	1/20	1/3
rechne	G	G:2	G:4	G:10	G:100	G:5	G:20	G:3
Beispiele								
Dachziegel								
Trauflänge in Meter								
Dachpreis in Euro								

Prozent-satz	100%	50%	25%	10%	1%	20%	5%	33,3%
als Bruch	(1/1 =) 1	1/2	1/4	1/10	1/100	1/5	1/20	1/3
rechne	G	G:2	G:4	G:10	G:100	G:5	G:20	G:3
Beispiele								
Dachziegel	**600**	**300**	**150**	**60**	**6**	**120**	**30**	**200**
Trauflänge in Meter								
Dachpreis in Euro								

Prozent-satz	100%	50%	25%	10%	1%	20%	5%	33,3%
als Bruch	(1/1 =) 1	1/2	1/4	1/10	1/100	1/5	1/20	1/3
rechne	G	G:2	G:4	G:10	G:100	G:5	G:20	G:3
Beispiele								
Dachziegel	600	300	150	60	6	120	30	200
Trauflänge in Meter	**24,00**	**12,00**	**6,00**	**2,40**	**0,24**	**4,80**	**1,20**	**8,00**
Dachpreis in Euro	**18.000**							

Prozent-satz	100%	50%	25%	10%	1%	20%	5%	33,3%
als Bruch	(1/1 =) 1	1/2	1/4	1/10	1/100	1/5	1/20	1/3
rechne	G	G:2	G:4	G:10	G:100	G:5	G:20	G:3
Beispiele								
Dachziegel	600	300	150	60	6	120	30	200
Trauflänge in Meter	24,00	12,00	6,00	2,40	0,24	4,80	1,20	8,00
Dachpreis in Euro	**18.000**	**9.000**	**4.500**	**1.800**	**180**	**3.600**	**900**	**6.000**

3.4. "Unbequeme" Prozentsätze

Werte für kompliziertere Prozentsätze ermitteln

Prozent-satz	100%	12,5%	150%	75%	90%	2%	40%	15%	66,66%
als Bruch									
rechne									
Beispiele									
Dachziegel									
Trauflänge in Meter									
Dachpreis in Euro									

Etwas mehr Gehirnschmalz nötig

Beispielaufgabe

Prozent-satz	100%	12,5%	150%	75%	90%	2%	40%	15%	66,66%
als Bruch	**1**	**1/8**	**$1\frac{1}{2}$**	**3/4**	**9/10**	**2/100**	**4/10**	**3/20**	**2/3**
rechne									
Beispiele									
Dachziegel									
Trauflänge in Meter									
Dachpreis in Euro									

Prozent-satz	100%	12,5%	150%	75%	90%	2%	40%	15%	66,66%
als Bruch	1	1/8	$1\frac{1}{2}$	3/4	9/10	2/100	4/10	3/20	2/3
rechne	**G**	**G:8**	**G:2·3**	**G:4·3**	**G:10·9**	**G:100·2**	**G:10·4**	**G:100·15**	**G:3·2**
Beispiele									
Dachziegel									
Trauflänge in Meter									
Dachpreis in Euro									

Prozentsatz	100%	12,5%	150%	75%	90%	2%	40%	15%	66,66%
als Bruch	1	1/8	1 1/2	3/4	9/10	2/100	4/10	3/20	2/3
rechne	G	G:8	G:2·3	G:4·3	G:10·9	G:100·2	G:10·4	G:100·15	G:3·2
Beispiele									
Dachziegel	**600**	**75**	**900**	**450**	**540**	**12**	**240**	**90**	**400**
Trauflänge in Meter									
Dachpreis in Euro									

Prozentsatz	100%	12,5%	150%	75%	90%	2%	40%	15%	66,66%
als Bruch	1	1/8	1 1/2	3/4	9/10	2/100	4/10	3/20	2/3
rechne	G	G:8	G:2·3	G:4·3	G:10·9	G:100·2	G:10·4	G:100·15	G:3·2
Beispiele									
Dachziegel	600	75	900	450	540	12	240	90	400
Trauflänge in Meter	**24,00**	**3**	**36,00**	**18,00**	**21,60**	**0,48**	**9,60**	**3,60**	**16,00**
Dachpreis in Euro	**18.000**								

Prozentsatz	100%	12,5%	150%	75%	90%	2%	40%	15%	66,66%
als Bruch	1	1/8	1 1/2	3/4	9/10	2/100	4/10	3/20	2/3
rechne	G	G:8	G:2·3	G:4·3	G:10·9	G:100·2	G:10·4	G:100·15	G:3·2
Beispiele									
Dachziegel	600	75	900	450	540	12	240	90	400
Trauflänge in Meter	24,00	3	36,00	18,00	21,60	0,48	9,60	3,60	16,00
Dachpreis in Euro	**18.000**	**2.250**	**27.000**	**13.500**	**16.200**	**360**	**7.200**	**2.700**	**12.000**

Geeignet für schriftliche Berechnungen

3.5. Berechnungen

3.5.1. Berechnungen mit Verhältnisgleichung

Beispiel 1: Berechne den Bruttopreis (also den Preis mit der Mehrwertsteuer von 19%) für ein Dach, das einen Nettopreis (also ohne Mehrwertsteuer) von 38.450,00 € hat.

Ansatz	$100\% \mathrel{\widehat{=}} 38.450$ € $119\% \mathrel{\widehat{=}} x$	Berechnung des Prozentwertes
Verhältnisgleichung	$\frac{100\ \%}{119\ \%} = \frac{38.450\ €}{x}$	Die diagonal stehenden Zahlen werden multipliziert
Umstellen	$x = \frac{119\ \% \cdot 38.450\ €}{100\ \%}$	
Ergebnis	**x = 45.755,50 €**	

Einfachere Berechnung: x = 38.450,00 € • **1,19**

Beispiel 2: Berechne den Preis ohne Mehrwertsteuer (19%) eines Dachgerüstes, das einen Bruttopreis von 20.000,00 Euro hat.

Ansatz	$100\% \mathrel{\widehat{=}} x$ $119\% \mathrel{\widehat{=}} 20.000$ €	Berechnung des Grundwertes
Verhältnisgleichung	$\frac{100\ \%}{119\ \%} = \frac{x}{20.000\ €}$	
Umstellen	$x = \frac{100\ \% \cdot 20.000\ €}{119\ \%}$	
Ergebnis	**x = 16.806,72 €**	

Einfachere Berechnung: x = 20.000 € : **1,19**

Beispiel 3: Eine Dach habe eine Fläche von 52 m². Dafür wurden wegen Verschnitt und Überlappung etwa 6 Rollen zu je 10 m² Dachpappe benötigt. Berechne, wieviel Prozent der Mehrverbrauch gegenüber der Dachfläche beträgt.

Ansatz	$100\% \mathrel{\widehat{=}} 52\ m^2$ $x\% \mathrel{\widehat{=}} 60\ m^2$ → Berechnung des Prozentsatzes
Verhältnisgleichung	$\frac{100\ \%}{x} = \frac{52\ m^2}{60\ m^2}$
Umstellen	$x = \frac{100\ \% \cdot 60\ m^2}{52\ m^2}$
Ergebnis	**x = 115,38%**

Der Mehrverbrauch gegenüber der Dachfläche beträgt etwa **15%.**

Oft vorteilhaft verwendbar zum Kopfrechnen

3.5.2. Berechnungen mittels Dreisatz

Dieses Verfahren eignet sich besonders für einfache im Kopf zu ermittelnde Werte, etwa z. B. für Überschläge oder Abschätzungen. Deshalb kann es sehr gut auf der Baustelle „so mal schnell" angewendet werden. Das Verfahren kann aber auch für kompliziertere Berechnungen unter Verwendung des (Taschen-)Rechners eingesetzt werden.

Prinzip des Verfahrens:

Gegeben sind (wie bei „mit Verhältnisgleichung") ein „Verhältnis" aus zwei Werten und ein dritter Wert. Gesucht ist ein vierter Wert, der mit dem gegeben (dritten) Wert ein Verhältnis bildet, das gleich dem gegebenen Verhältnis ist.

Dabei sind die Schritte zur Berechnung folgende drei Zeilen:

- 1. Zeile: das bekannte/gegebene **Wertepaar** („Verhältnis")
- 2. Zeile: ein zu berechnendes **Zwischen-Wertepaar** (oft mit 1%)
- 3. Zeile: das **Wertepaar** („Verhältnis") **mit** dem **gesuchten Wert**

Beispiel 1: Berechne 17 Prozent von 300 cm. (Berechnung Prozentwert)

1. Zeile	$100\% \mathrel{\widehat{=}} 300$ cm weil 100% : **100** = 1% — deshalb auch 300 cm : **100** rechnen
2. Zeile	$1\% \mathrel{\widehat{=}} 3$ cm weil 1% · **17** = 17% — deshalb auch 3 cm · **17** rechnen
3. Zeile	**$17\% \mathrel{\widehat{=}} 51$ cm**
Ergebnis	**17% von 300 cm sind 51 cm**

Andere Berechnung: 300 cm • **0,17** = 51 cm

Beispiel 2: Wieviel Prozent sind 3 m² von 60 m²? (Berechnung Prozentsatz)

1. Zeile	$100\% \mathrel{\widehat{=}} 60\ m^2$ deshalb auch 100% : **10** rechnen — weil 60 m² : **10** = 6 m²
2. Zeile	$10\% \mathrel{\widehat{=}} 6\ m^2$ deshalb auch 10% : **2** rechnen — weil 6 m² : **2** = 3 m²
3. Zeile	**$5\% \mathrel{\widehat{=}} 3\ m^2$**
Ergebnis	**3 m² von 60 m² sind 5%**

Andere Berechnung: **3/60** • 100% = 5%

HINWEIS

Hier bietet sich als Zwischenwert 6 m² an, da dieser gut zu 60 m² und 3 m² passt.

Beispiel 3: 120% sind 1080 €. Berechne 100 Prozent. (Berechnung Grundwert)

1. Zeile	$120\% \mathrel{\widehat{=}} 1.080$ € weil 120% : **6** = 20% — deshalb auch 1.080 € : **6** rechnen
2. Zeile	$20\% \mathrel{\widehat{=}} 180$ € weil 20% · **5** = 100% — deshalb auch 180 € · **5** rechnen
3. Zeile	**$100\% \mathrel{\widehat{=}} 900$ €**
Ergebnis	**Wenn 120% 1080 € sind, dann sind 100% genau 900 €**

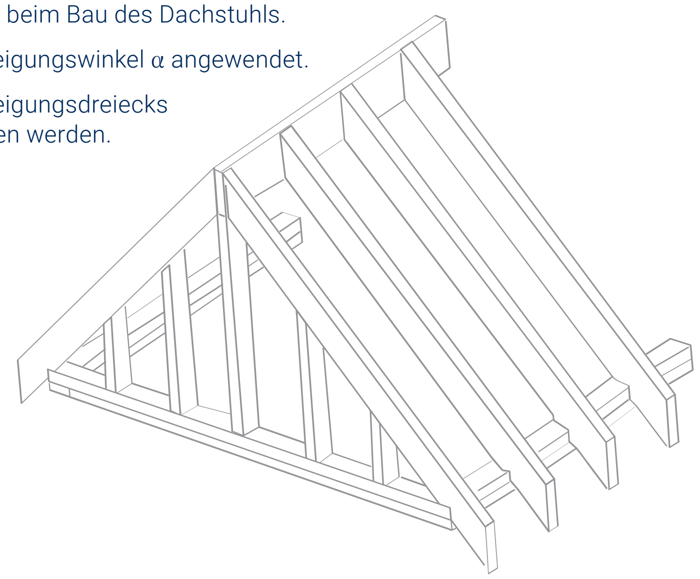
HINWEIS

Hier bietet sich als Zwischenwert 20% an, da 120 und 1.080 durch 6 teilbar sind und 120 : 6 = 20.

3.6. Prozentangaben bei Dachneigungen

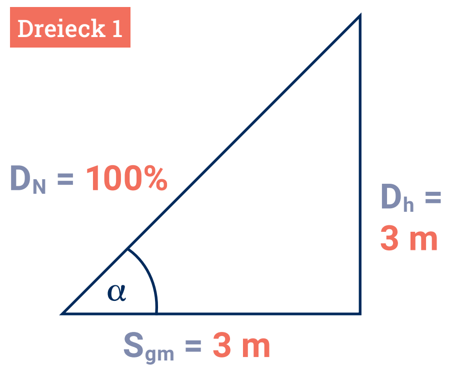
3.6.1. Warum noch eine Form der Angabe der Neigung?

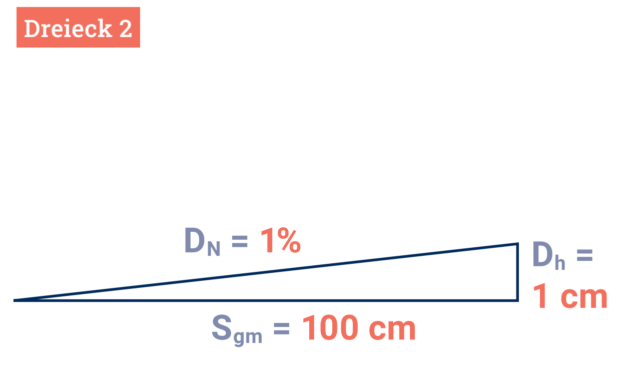
- Sie ist praktisch besonders günstig anwendbar beim Bau des Dachstuhls.
- Sie wird besonders bei Dächern mit kleinem Neigungswinkel α angewendet.
- Die Längen der Katheten des rechtwinkligen Neigungsdreiecks können direkt aus der Prozentangabe abgelesen werden.



- Jedes Verkehrsschild für die Neigung einer Straße (Steigung bzw. Gefälle) enthält eine Prozentangabe, die nach dem gleichen Verfahren bestimmt wird.

Definition und Beispiele:





Für die Dachneigung D_N in Prozent ist festgelegt: $D_N = \frac{D_h}{S_{gm}} \cdot 100\%$

Beispiel 1:

Für das **Dreieck 1** gilt damit: $D_N = \frac{3\,m}{3\,m} \cdot 100\% = 1 \cdot 100\% = 100\%$

Die Dachneigung beträgt 100%.
Beachte: Bei einem Winkel von $\alpha = 45°$

Beispiel 2:

Für das **Dreieck 2** gilt damit: $D_N = \frac{1\,cm}{100\,cm} \cdot 100\% = \frac{1}{100} \cdot 100\% = 1\%$

Die Dachneigung beträgt 1%.

3.6.2. Zusammenhänge zwischen Angaben in Grad bzw. Prozent

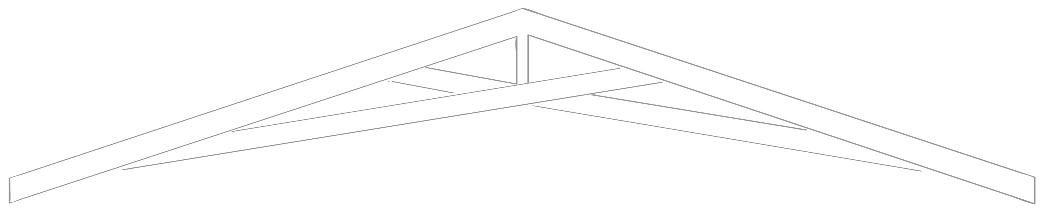
Wir wissen, dass am Dreieck 1 folgendes gilt:

Für die Dachneigung D_N in Prozent: $D_N = \frac{D_h}{S_{gm}} \cdot 100\%$

Für den Neigungswinkel α (in Grad): $\tan\alpha = \frac{D_h}{S_{gm}}$

Durch Ersetzen erhält man: $D_N = \tan\alpha \cdot 100\%$

Der Tangens des Neigungswinkels α kommt also in der Formel für die Dachneigung D_N vor. Somit kann man das eine in das andere umrechnen.



3.6.3. Beispiele für das praktische Vorgehen beim Umrechnen

Sämtliche Überlegungen beziehen sich stets auf ein Neigungsdreieck mit einer Waagerechten von 1 m (100 cm) Länge. Die Höhe des Neigungsdreieckes entspricht dann auch hier wieder der Prozentangabe.

Variante 1:

von der **Dachneigung in Prozent** ⟶ zum **Neigungswinkel in Grad**

gegeben: D_N = 100% **gesucht:** α

Lösung: $D_N = 100\%$ ⟶ 100 cm ⟶ $\frac{100}{100} = 1$ ⟶ $\tan\alpha = 1$ ⟶ $\alpha = 45°$

Prozentangabe	Höhe des Neigungsdreiecks	als Bruch und Berechnung	Tangenswert	Winkel α in Grad

Variante 2:

vom **Neigungswinkel in Grad** ⟶ zur **Dachneigung in Prozent**

gegeben: $\alpha = 50°$ **gesucht:** D_N

Lösung: $\alpha = 50°$ ⟶ $\tan 50° = 1{,}19\ldots$ ⟶ $1{,}19 = \frac{119}{100}$ ⟶ 119 cm ⟶ $D_N = 119\%$

Winkel α in Grad	Tangens berechnen	als Bruch	Höhe des Neigungsdreiecks	Prozentangabe

3.6.4. Praktischer Vorteil

Der praktische Vorteil der Dachneigung in Prozent ist die Möglichkeit, Maße zum Bauen direkt aus dieser Angabe abzulesen.

Dazu drei Beispiele:

Beispiel 1: Ein Dach mit der Neigung $D_N = 12\%$.

12% als Bruch ist $\frac{12}{100}$. Dies ist ja der Quotient $\frac{Dh}{Sgm}$.

Also: Man kann somit beim Bau direkt messen:
Eine Waagerechte von 100 cm und eine Senkrechte von 12 cm.

Beispiel 2: Bei **Dreieck 1** ist die Dachneigung $D_N = 100\%$.

$$100\% \triangleq \frac{100}{100} \left(= \frac{3\,m}{3\,m} \right)$$

Also: Waagerechte: 100 cm, Senkrechte: 100 cm.

Beispiel 3 : Bei **Dreieck 2** ist die Dachneigung $D_N = 1\%$.

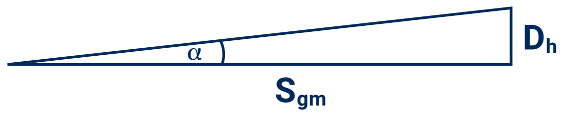
$$1\% \triangleq \frac{1}{100}$$

Also: Waagerechte: 100 cm, Senkrechte: 1 cm.

3.6.5. Beispielaufgaben

Ein Flachdach mit einem Neigungswinkel von 5° habe ein Sparrengrundmaß (halbe Dachbreite) von 5,20 m. Berechne die Dachhöhe und die Neigung in Prozent.

gegeben: $S_{gm} = 5{,}20\ m$, $\alpha = 5°$ **gesucht:** D_h, D_N (in %)



Lösung:

$$\tan\alpha = \frac{Dh}{Sgm} \quad \Big| \cdot Sgm$$

$$Sgm \cdot \tan\alpha = Dh$$

$$Dh = Sgm \cdot \tan\alpha$$

$$Dh = 5{,}20\,m \cdot \tan 5°$$

$$Dh = 5{,}20\,m \cdot 0{,}087488...$$

$$\underline{\underline{Dh = 0{,}45\ m\ \ (0{,}4549...)}}$$

$$D_N = \frac{Dh}{Sgm} \cdot 100\%$$

$$D_N = \frac{0{,}4549...m}{5{,}20\,m} \cdot 100\%$$

$$\underline{\underline{D_N = 8{,}7\%\ \ (8{,}748...)}}$$

oder auch einfach mit Verhältnisgleichung:

$$100\% \triangleq 5{,}20\ m$$
$$D_N \triangleq 0{,}4549...\ m$$

$$\frac{100\%}{D_N} = \frac{5{,}20\,m}{0{,}4549...m}$$

$$D_N = \frac{100\% \cdot 0{,}4549...m}{5{,}20\,m}$$

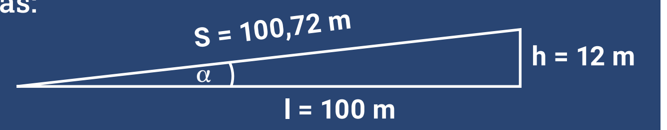
$$\underline{\underline{D_N = 8{,}7\%\ \ (8{,}748...)}}$$

Die Sache mit dem Verkehrsschild:

Allgemein gilt für jede Neigung N in %: $N = \frac{\text{Höhe } h}{\text{Länge } l} \cdot 100\%$

Bei diesem Beispiel bedeutet das:

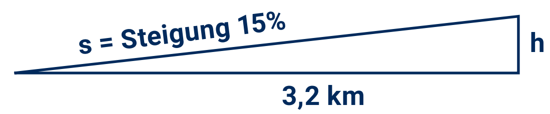
- Das Neigungsdreieck sieht so aus:



- Als Berechnung: $N = \frac{12\,m}{100\,m} \cdot 100\% = 12\%$
- Auf einer waagerechten Länge von 100 m steigt die Straße um 12 m an.
- Die Straße selbst hat eine Strecke von s = 100,72 m.
- Wenn man den Neigungswinkel α berechnen möchte, geht man wie folgt vor:
  $12\% = \frac{12}{100} = 0{,}12 = \tan\alpha \left(= \frac{\text{senkrechte Höhe}}{\text{waagerechte Länge}} \right)$
- Wenn tan α = 0,12, dann α = 6,8427...° ≈ 6,8°. Bei dieser Straße mit 12% Steigung beträgt der Neigungswinkel α = 6,8°.

Aus einer Landkarte wird ermittelt, dass eine Serpentinenstraße 3,2 km lang ist. Außerdem ist sie mit einer Steigung von 15% gekennzeichnet. Berechne in Metern den Höhenunterschied von Anfangs- und Endpunkt der Serpentinenstraße und die wahre Länge der Serpentinenstraße.

gegeben: l = 3,2 km, N = 15% **gesucht:** h, s



Lösung:

$$100\% \triangleq 3{,}2\ km$$
$$15\% \triangleq h$$

$$\frac{100\%}{15\%} = \frac{3{,}2\,km}{h}$$

$$h = \frac{15\% \cdot 3{,}2\,km}{100\%}$$

$$\underline{\underline{h = 480\ m}}$$

$$s^2 = l^2 + h^2$$

$$s = \sqrt{l^2 + h^2}$$

$$s = \sqrt{(3{,}2\,km)^2 + (0{,}48\,km)^2}$$

$$\underline{\underline{s = 3.236\ m\ \ (3.235{,}79...)}}$$

Antwort: Der Höhenunterschied beträgt 480 m und die wahre Länge der Straße beträgt 3.236 m.

Übungen

Aufgabe 3.1.

Ergänze die beiden Teile der Tabelle. Rechne möglichst im Kopf.

Anteil	100%	50%	25%	10%	1%	20%	5%	33,33%
als Bruch	1	1/2	1/4	1/10	1/100	1/5	1/20	1/3
rechne	G	G:2	G:4	G:10	G:100	G:5	G:20	G:3
Berechne:								
Dachpfannen	**1.200**							
Firstlänge in Meter	**30,00**							
Dachpreis in Euro	**60.000**							

Anteil	12,5%	150%	75%	90%	2%	40%	15%	66,67%
als Bruch	1/8	$1\frac{1}{2}$	3/4	9/10	2/100	4/10	3/20	2/3
rechne	G:8	G:2·3	G:4·3	G:10·9	G:100·2	G:10·4	G:100·15	G:3·2
Berechne:								
Dachpfannen								
Firstlänge in Meter								
Dachpreis in Euro								

Übungen

Aufgabe 3.2.

Ergänze die beiden Teile der Tabelle. Berechne zuerst 100%!

Anteil	100%	50%	25%	10%	1%	20%	5%	33,33%
als Bruch								
rechne								
Berechne:								
Dachpfannen				**120**				
Firstlänge in Meter			**3,00**					
Preis für Schindeln					**144,00 €**			

Anteil	12,5%	150%	75%	80%	6%		15%	66,67%
als Bruch								
rechne								
Berechne:								
Dachpfannen						**891**		
Firstlänge in Meter								
Preis für Schindeln								

Übungen

Aufgabe 3.3.

Berechne den Prozentwert.

a. 85% von 67,5 m²

b. 17,2% von 275 cm

c. 119% von 18.500 €

d. 105% von 370 kg

e. 3,5% von 960 €

f. 0,072% von 5.700 Schindeln

Aufgabe 3.4.

Berechne den Prozentsatz.

a. 75 Rollen von 110 Rollen

b. 1,70 m von 3,00 m

c. 19,80 € von 24,99 €

d. 0,55 m³ von 28,50 m³

e. 69 Stunden von 60 Stunden

f. 2.000,00 € von 1.899,00 €

Aufgabe 3.5.

Berechne den Grundwert.

a. 32% sind 88 m²

b. 87,5% sind 133 cm

c. 119% sind 299,00 €

d. 150% sind 24 t

e. 3,5% sind 35,70 €

f. 75% sind 19,50 m

Aufgabe 3.6.

Ein Lehrling Max kauft für sich und seinen Zimmerkollegen beim Discounter ein. Er hat bei einer Rabattaktion Aufkleber bekommen, die er nach seiner Wahl auf die Artikel aufkleben kann. Für die gekennzeichneten Artikel wird ihm dann der so entstandene Preis – Artikelpreis vermindert um den jeweiligen Rabatt – berechnet. Pfand (pro Flasche 0,08 €) wird beim Rabatt nicht mit einbezogen.

Die Aufkleber sind folgende: 1 mal 15%, 2 mal 10%, 2 mal 5%

Die gekauften Artikel und ihre unverminderten (Einzel-)Preise sind:

1 Brot 1,09 €; 1 Netz Apfelsinen 2,49 €; 1 Stück Butter 1,29 €; 2 Tüten Saft 0,99 €; 4 Flaschen Bier 0,49 €; 1 Packung Schinken 0,89 €; 1 Packung Käse 0,88 €

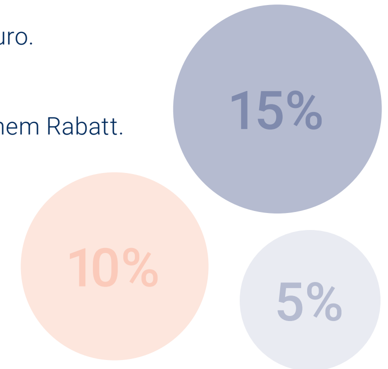
Max hat nun den Ehrgeiz, die Aufkleber so anzubringen, dass er die möglichst geringste Gesamtsumme für seinen Einkauf bezahlt.

a. Ordne zu, welchen Aufkleber Max auf welchem Artikel anbringt.

b. Berechne den dann für jeden Artikel entstandenen Rabatt in Euro.

c. Berechne die Gesamtsumme für den Einkauf ohne Rabatt.

d. Berechne die Gesamtsumme für den Einkauf mit größtmöglichem Rabatt.



Übungen

Aufgabe 3.7.

Zur Bedeckung eines Daches sind 12 Rollen besandete Dachpappe für insgesamt 249,00 € vorhanden. 7 Rollen davon werden verbraucht.

a. Berechne, wieviel Prozent des Vorrates verbraucht wurden.

b. Berechne die so entstanden Materialkosten.

Aufgabe 3.8.

Nach einer Lohnerhöhung um 3,5% bekommt ein Lehrling 983,25 € überwiesen.
Wie hoch war sein Lehrlingsentgelt vorher?

Aufgabe 3.9.

Ein Dach kostet insgesamt 45.000 € brutto. Der Bauherr bekommt laut Vertrag 1,5% Skonto (Nachlass vom Bruttopreis), wenn er innerhalb von drei Werktagen nach Rechnungserhalt das Dach bezahlt.

a. Berechne den Nettopreis (ohne Mehrwertsteuer von 19%).

b. Welchen Betrag muss der Bauherr überweisen, wenn er das Skonto nutzt?

Aufgabe 3.10.

Eine Dachdeckerfirma kalkuliert mit 8% Gewinn gegenüber den eigenen Kosten. Für den Bau eines Daches muss die Firma insgesamt mit Ausgaben (Betriebskosten wie Ausgaben für Material, Lohn usw.) von 27.750 € rechnen. Welchen Preis muss sie vom Bauherrn in einem Angebot fordern, um den kalkulierten Gewinn zu erzielen?

Aufgabe 3.11.

Ein Steildach mit einer Fläche von 20,00 m x 9,00 m soll mit Unterspannbahnen belegt werden.
Dafür stehen Rollen von 1,50 m x 50,00 m zur Verfügung.

Hinweis: Die Überlappung der Bahnen (20 cm pro Bahn) soll in den Teilaufgaben a), b) und c) vorerst nicht beachtet werden.

a. Ermittle, wie viele Rollen benötigt werden (am besten mittels Skizze).

b. Berechne in lfd. m und in m², wieviel Material übrigbleibt.

c. Wieviel Prozent bleiben also übrig, wenn die Fläche, die sich aus der Anzahl der benötigten Rollen ergibt, als 100% angenommen wird?

d. Reicht die ermittelte Anzahl notwendiger Rollen auch bei Beachtung der Überlappung?

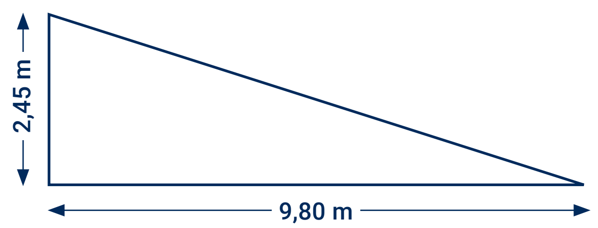
Aufgabe 3.12.

Berechne für das hier skizzierte Pultdach.

a. die Neigung in Prozent

b. die Neigung in Grad

c. die Ortganglänge



Übungen

Aufgabe 3.13.

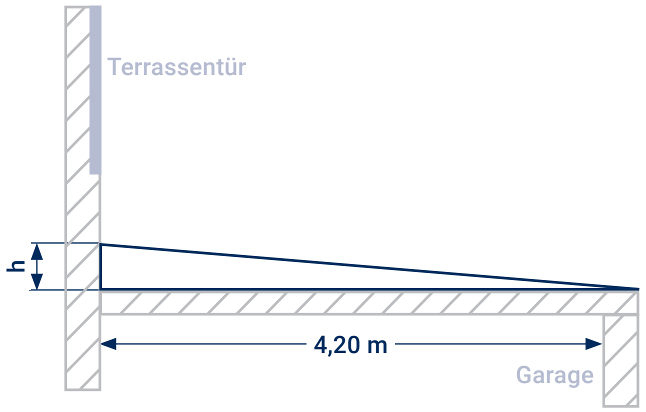
Wieviel Prozent Gefälle hat eine Dachrinne, die auf 12,00 m Länge um 3 cm fällt?

Aufgabe 3.14.

Wie hoch ist ein Pultdach mit der Neigung von 6 % und einem Sparrengrundmaß von 14,00 m?

Aufgabe 3.15.

Auf eine im Kellergeschoss befindliche Garage eines Einfamilienhaus soll eine 4,20 m breite Terrasse gebaut werden, die vom Erdgeschoss aus über eine Terrassentür erreichbar sein soll.
Auf dem Garagendach (Dämmung ist bereits vorhanden) muss vor dem weiteren Aufbau (Isolierung, wasserabführende Matten, Terrassenbelag, …) eine Neigung erstellt werden, um Pfützenbildung und somit Frostschäden zu verhindern. Es wird eine flexible mineralische Isolierung aufgebracht, für die der Hersteller eine Mindestneigung des Terrassenbodens von 3,5% Prozent vorschreibt.

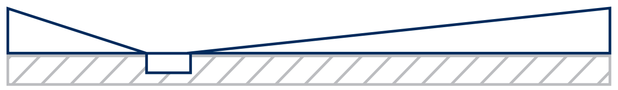


a. Berechne die Höhe h, um die die Terrasse somit auf der Seite der Tür angehoben werden muss, damit die vorgeschriebene Neigung entsteht.

b. Gib den Neigungswinkel in Grad an.

Aufgabe 3.16.

Ein Flachdach einer 17,00 m breiten Werkhalle besteht aus 2 Teilen mit verschiedenen Neigungen und enthält innerhalb des Daches eine 20 cm breite Einlaufrinne.
Der größere Teil des Daches (rechts) hat eine Breite von 12,00 m und eine Neigung von 6%. Das Dach ist an beiden Seiten gleich hoch.



Querschnitt des Daches

a. Berechne die Dachhöhe.

b. Berechne die prozentuale Neigung des kleineren (linken) Dachteiles.

Aufgabe 3.17.

Jeder Dachneigung in Prozent entspricht ein zugehöriger Neigungswinkel in Grad und umgekehrt.
Nutze bei den folgen Berechnungen gedanklich das Neigungsdreieck.

a. Ermittle zu den gegebenen Dachneigungen in Prozent jeweils den zugehörigen Neigungswinkel in Grad:

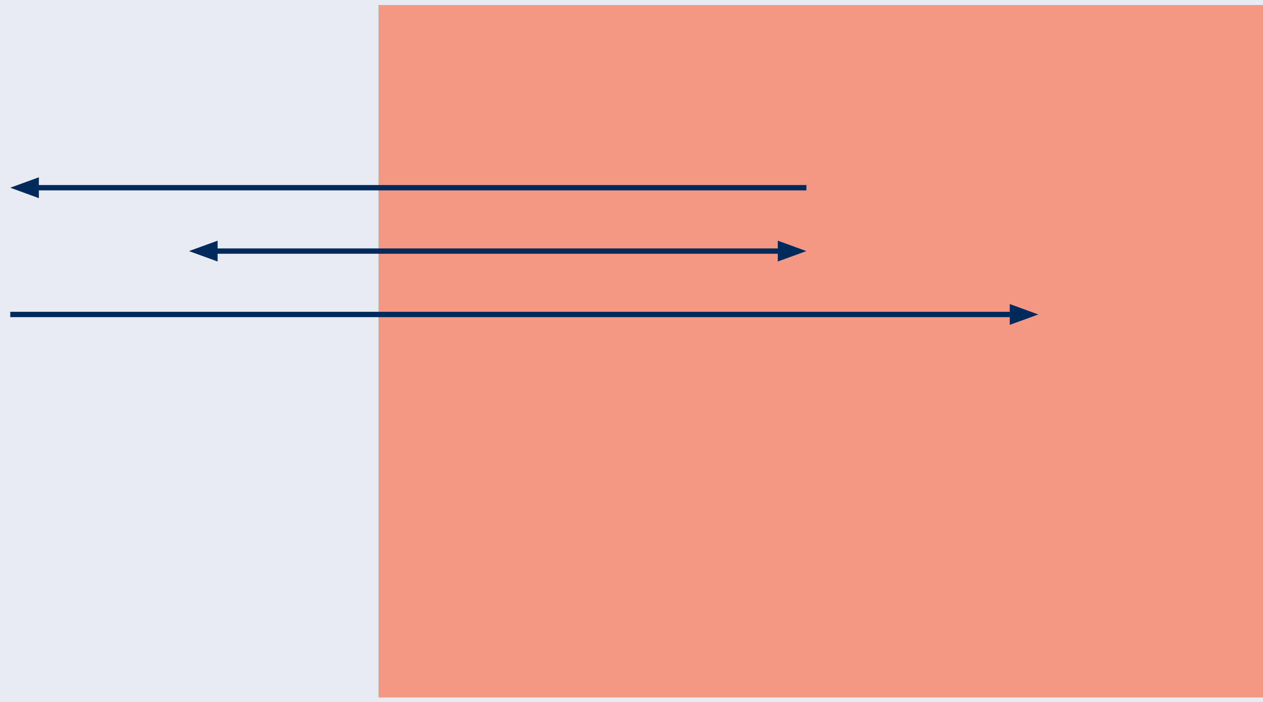
1% →
12% →
3% →
35% →
110% →

b. Ermittle zu den gegebenen Neigungswinkeln in Grad jeweils die zugehörige Dachneigung in Prozent:

45° →
8° →
1,7° →
40 ° →
55° →

Kapitel 4

Proportionalität Verhältnis-rechnung



4.1. Erläuterung und Beispiele

- In der Mathematik bezeichnet man mit **Proportionalität** eine bestimmte Zuordnung von zueinander „passenden" Zahlenreihen bzw. Größen.
- Dabei ist einer Zahl aus der einen Zahlenreihe immer genau eine Zahl aus der anderen Zahlenreihe zugeordnet.

Beispiel 1:	Zahlenreihe 1: **Anzahl** von Brötchen:	1	2	3	4 …
	Zahlenreihe 2: **Preis** dieser Brötchen in €:	0,40	0,80	1,20	1,60 …
Beispiel 2:	Zahlenreihe 1: **Anzahl** von Dachschindeln:	2.450	4.200	3.150	3.500 …
	Zahlenreihe 2: damit **bedeckbare Fläche** in m²:	70	120	90	100 …

Beispiel 3: Ein Dach kann von unterschiedlich vielen Dachdeckern gedeckt werden.
Dabei wird hier unterstellt, dass alle gleich schnell arbeiten.

Zahlenreihe 1: **Anzahl** von Dachdeckern:	4	8	2	1 …
Zahlenreihe 2: dazu **benötigte Zeit** in Stunden:	20	10	40	80 …

4.2. Arten der Proportionalität

	Proportionalität	
Name	**direkte Proportionalität** (oder auch "nur" Proportionalität)	**indirekte Proportionalität** (auch umgekehrte Proportionalität)
Zusammenhang zwischen den beiden Zahlenfolgen	je **mehr** → desto **mehr** bzw. je **weniger** → desto **weniger**	je **mehr** → desto **weniger** bzw. je **weniger** → desto **mehr**
Beispiele	• je **mehr** Brötchen, desto **höher** der Preis • je **mehr** Dachschindeln, desto **größer** die damit bedeckbare Fläche	• je **größer** die Anzahl von Dachdeckern, desto **kleiner** die zum Herstellen eines Daches benötigte Zeit

4.3. Direkte Proportionalität

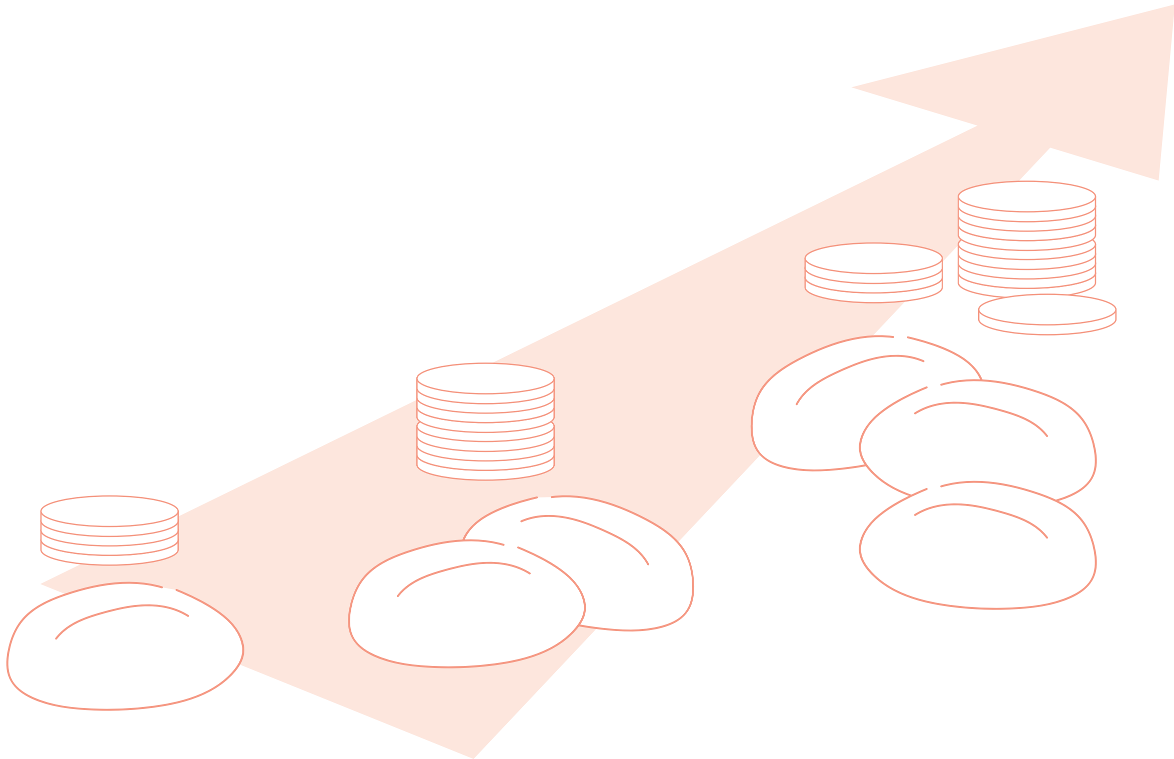
4.3.1. Merkmale der direkten Proportionalität

Beispiel 1:	Zahlenreihe 1: **Anzahl** von Brötchen:	1	2	3	4 …
	Zahlenreihe 2: **Preis** dieser Brötchen in €:	0,40	0,80	1,20	1,60 …

- Das **Verhältnis** zweier zueinander gehöriger Zahlen ist immer **gleich**.
  → Die Zahlenreihen sind zueinander **„direkt proportional"**.

  $\frac{0{,}40\,€}{1} = \mathbf{0{,}40}\,€ \quad \frac{0{,}80\,€}{2} = \mathbf{0{,}40}\,€ \quad \frac{1{,}20\,€}{3} = \mathbf{0{,}40}\,€ \quad \frac{1{,}60\,€}{4} = \mathbf{0{,}40}\,€ \quad \ldots$

- Für jedes Zahlenpaar von Beispiel 1 gilt:
  Preis der Brötchen = **0,40 € · Anzahl** der Brötchen
- **Anwendungsgebiete der direkten Proportionalität:** Prozentrechnung; Neigung in Prozent; Materialverbrauchsrechnungen; Lohnrechnungen uvm.
- Für alle diese Beispiele gilt:
  Je größer (bzw. kleiner) die Zahlen der einen Zahlenreihe sind, **desto größer** (bzw. kleiner) sind die Zahlen der anderen Zahlenreihe. Die Zahlenreihen verändern sich gleichartig. Zusammengehörige Zahlenpaare bilden das gleiche Verhältnis.



Arbeit und Leben

BEACHTE

Je mehr Brötchen, **desto größer** der Preis. Also **direkte Proportionalität!**

4.3.2. Berechnungen mit Verhältnisgleichung

Beispiel: Wieviel kosten 23 Brötchen, wenn 3 Brötchen 1,20 € kosten?

Ansatz	3 Brötchen ≙ 1,20 € 23 Brötchen ≙ x	Pfeile (gleiche Richtung) setzen/denken.
Verhältnisgleichung	$\frac{3}{23} = \frac{1{,}20\text{ €}}{x}$	Verhältnisgleichung entsprechend der Pfeile bilden.
Umstellen	$x = \frac{23 \cdot 1{,}20\text{ €}}{3}$	Die diagonal stehenden Zahlen der Verhältnisgleichung werden multipliziert. Durch die Zahl, die dem x diagonal gegenübersteht, wird dividiert.
Ergebnis	**x = 9,20 €** **Somit kosten 23 Brötchen 9,20 €.**	

4.3.3. Anderer Rechenweg - Berechnungen mit Dreisatz

Beispiel: Wieviel kosten 23 Brötchen, wenn 3 Brötchen 1,20 € kosten?

1. Zeile		3 Brötchen ≙ 1,20 €	
	weil 3 : **3** = 1		deshalb auch 1,20 € : **3** rechnen
2. Zeile		1 Brötchen ≙ 0,40 €	
	weil 1 · **23** = 23		deshalb auch 0,40 € · **23** rechnen
3. Zeile		**23 Brötchen ≙ 9,20 €**	
Ergebnis		**23 Brötchen kosten 9,20 €**	

Gleiche Aufgabe, anderer Rechenweg!

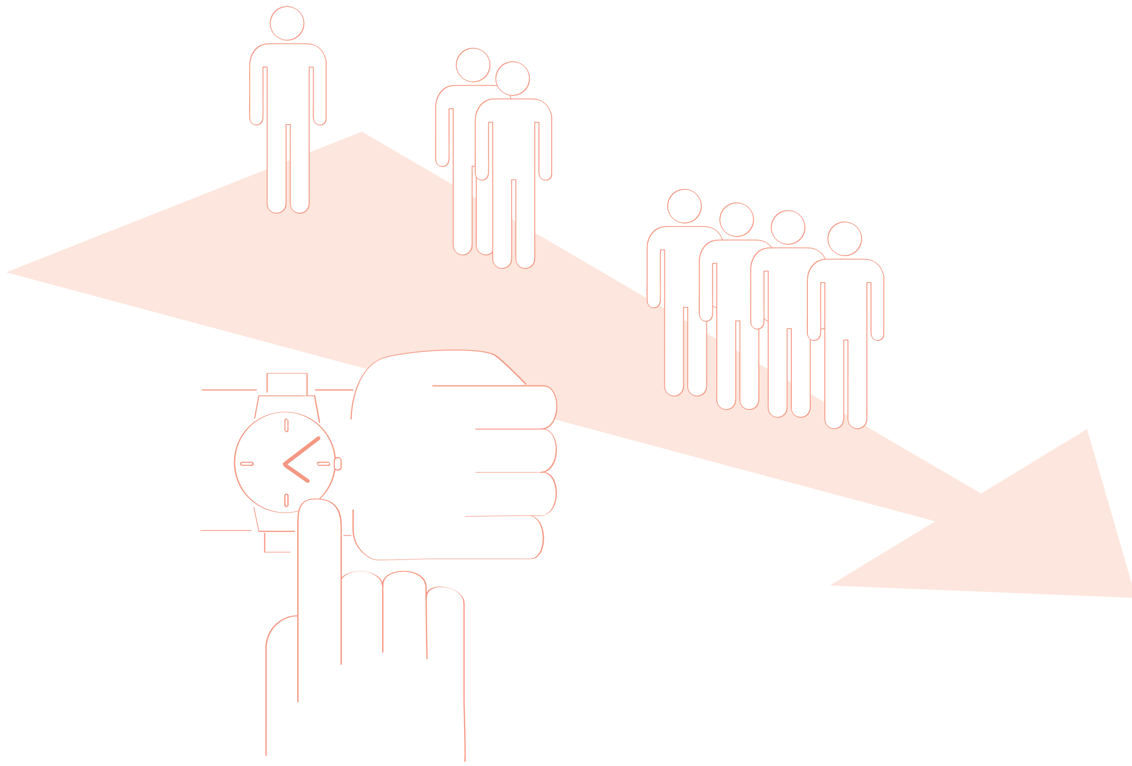
4.4. Indirekte Proportionalität

4.4.1. Merkmale der indirekten Proportionalität

Beispiel 3: Zahlenreihe 1:	**Anzahl** von Dachdeckern:	1	2	4	8 …
Zahlenreihe 2:	**benötigte Zeit** in Stunden:	80 h	40 h	20 h	10 h …

- Das **Produkt** zweier zueinander gehöriger Zahlen ist immer gleich. ⟶ Die Zahlenreihen sind zueinander **„indirekt proportional"** (auch „umgekehrt proportional").

  1 · 80 h = **80 h** 1 · 40 h = **80 h** 4 · 20 h = **80 h** 8 · 10 h = **80 h** …
- Für jedes Zahlenpaar von Beispiel 3 gilt:
  Anzahl der Dachdecker · von ihnen **benötigte Zeit** = **80 h**
  (80 h = Herstellungszeit insgesamt)
- **Anwendungsgebiete der indirekten Proportionalität:** Anzahl Arbeiter und nötige Zeit für eine Arbeit; Geschwindigkeits-/Zeitprobleme; Anzahl und Abstand der Leisten einer Lattung; Ladevermögen von Lkw und Anzahl der nötigen Fuhren uvm.
- Für alle diese Beispiele gilt:
  Je größer (bzw. kleiner) die Zahlen der einen Zahlenreihe sind, **desto kleiner** (bzw. größer) sind die Zahlen der anderen Zahlenreihe. Die Zahlenreihen verändern sich entgegengesetzt. Zusammengehörige Zahlenpaare bilden das gleiche Produkt.



BEACHTE

Je mehr Dachdecker, **desto kürzer** die Zeit. Also **indirekte/ umgekehrte Proportionalität!**

4.4.2. Berechnungen mit Verhältnisgleichung

Beispiel: Wie viele Stunden benötigen 5 Dachdecker für eine Arbeit,wenn 4 Dachdecker die Arbeit in 20 Stunden erledigen?

Ansatz	$\downarrow$ 4 Dachdecker ≙ 20 h $\uparrow$ 4 Dachdecker ≙ x	Pfeile (entgegengesetzte Richtung) setzen.
Verhältnisgleichung	$\frac{4}{5} = \frac{x}{20\,h}$	Verhältnisgleichung entsprechend der Pfeile bilden (also rechte Seite umgekehrt!).
Umstellen	$x = \frac{4 \cdot 20\,h}{5}$	Die diagonal stehenden Zahlen der Verhältnisgleichung werden multipliziert. Durch die Zahl, die dem x diagonal gegenübersteht, wird dividiert.
Ergebnis	**x = 16 h** **5 Dachdecker erledigen diese Arbeit in 16 Stunden.**	

4.4.3. Anderer Rechenweg - Berechnungen mit Produktgleichung

Beispiel: Wie viele Stunden benötigen 5 Dachdecker für eine Arbeit,wenn 4 Dachdecker die Arbeit in 20 Stunden erledigen?

Gleiche Aufgabe, anderer Rechenweg!

Ansatz	4 Dachdecker · 20 h = 80 h 5 Dachdecker · x = 80 h	Die Gesamtzeit muss stets gleich sein. Die beiden Produkte werden gleichgesetzt.
Produktgleichung	$4 \cdot 20\,h = 5 \cdot x$	Auf beiden Seiten wird durch die Zahl, die neben dem x steht, dividiert.
Umstellen	$x = \frac{4 \cdot 20\,h}{5}$	Dann steht x einzeln auf der einen Seite der Gleichung und auf der anderen ein Bruch.
Ergebnis	**x = 16 h** **5 Dachdecker erledigen diese Arbeit in 16 Stunden.**	

4.4.4. Anderer Rechenweg - Berechnungen mit Dreisatz

Gleiche Aufgabe, ein dritter Rechenweg!

Beispiel: Wie viele Stunden benötigen 5 Dachdecker für eine Arbeit,wenn 4 Dachdecker die Arbeit in 20 Stunden erledigen?

1. Zeile		4 Dachdecker ≙ 20 h	(4 · 20 h = 80 h)
	weil 4 **: 4** = 1		deshalb **umgekehrt** 20 h **· 4** rechnen
2. Zeile		1 Dachdecker ≙ 80 h	(1 · 80 h = 80 h)
	weil 1 **· 5** = 5		deshalb **umgekehrt** 80 h **: 5** rechnen
3. Zeile		**5 Dachdecker ≙ 16 h**	(5 · 16 h = 80 h)
Ergebnis	**5 Dachdecker erledigen diese Arbeit in 16 Stunden.**		

4.5. Mischformen

4.5.1. Prinzipielles

In der Praxis kommen relativ oft **Kombinationen von mehreren Proportionalitäten** vor. Wir beschränken uns hier auf solche Kombinationen, bei denen innerhalb eines Gesamtproblems drei Größen direkt bzw. indirekt proportional zusammenhängen.

Um das Gesamtproblem zu erfassen, sollte man sich folgende Fragen stellen:

- Was ist gesucht? Welche Größe?
- Welche Größen treten noch auf, von denen die gesuchte abhängig ist?
- Welche Art von Proportionalität in Bezug auf die gesuchte Größe liegt jeweils vor?

Beim Berechnen bietet sich folgendes Vorgehen an:

- Das **Zerlegen** des Gesamtproblems **in 2 Teilaufgabe entsprechend der Proportionalitäten**. Gerechnet wird bei jeder Teilaufgabe nur mit 2 Größen, die jeweilige dritte Größe wird bei der Teilaufgabe als konstant angesehen.
- Die **Anwendung der bekannten Schrittfolge** für jede Teilaufgabe.

4.5.2. Beispielaufgabe - Vorüberlegungen

Beispiel: Mit 3 Pumpen kann man eine Zisterne mit einem Inhalt von 3.600 Litern in 8 Stunden leeren. In welcher Zeit kann mit 5 gleichartigen Pumpen eine andere Zisterne mit einem Inhalt von 4.200 Litern entleert werden?

Problemerfassung:

gesucht ist: **Zeit** zum Entleeren in Stunden

Größen, von denen diese Zeit abhängt: **Anzahl** der Pumpen, **Inhalt** (Volumen) der Zisternen

Proportionalitäten:

Je größer die Anzahl der Pumpen, **desto kürzer** ist die zum Entleeren benötigte Zeit (bei konstant großer Zisterne) ⟶ **indirekte Proportionalität**

Je größer der Inhalt der Zisterne, **desto größer** ist die zum Entleeren benötigte Zeit (bei konstanter Pumpenzahl) ⟶ **direkte Proportionalität**

Rechenweg 1: Berechnungen mit Verhältnisgleichung

Teilaufgabe 1: Indirekte Proportionalität von Anzahl der Pumpen und benötigter Zeit

Ansatz	↓ 3 Pumpen ≙ 8 h ↑ ↓ 5 Pumpen ≙ x ↑ — konstant: Inhalt 3.600 l
Verhältnisgleichung	$\frac{3}{5} = \frac{x}{8\,\text{h}}$
Umstellen	$x = \frac{3 \cdot 8\,\text{h}}{5}$
Ergebnis	**$x = 4{,}8$ h**
Teil-Antwort	**5 Pumpen benötigen 4,8 Stunden, um eine Zisterne mit einem Inhalt von 3.600 Litern zu leeren.**

Teilaufgabe 2: Direkte Proportionalität von Inhalt der Zisternen und benötigter Zeit

Ansatz	↓ 3.600 l ≙ 4,8 h ↓ ↓ 4.200 l ≙ y ↓ — konstant: Pumpenanzahl 5
Verhältnisgleichung	$\frac{3.600\,\text{l}}{4.200\,\text{l}} = \frac{4{,}8\,\text{h}}{y}$
Umstellen	$y = \frac{4.200\,\text{l} \cdot 4{,}8\,\text{h}}{3.600\,\text{l}}$
Ergebnis	**$y = 5{,}6$ h**
Teil-Antwort	**5 Pumpen benötigen 5,6 Stunden, um eine Zisterne mit einem Inhalt von 4.200 Litern zu leeren.**

Rechenweg 2: Berechnungen mit Dreisatz

Gleiche Aufgabe, anderer Rechenweg!

Teilaufgabe 1: Indirekte Proportionalität von Anzahl der Pumpen und benötigter Zeit

1. Zeile	3 Pumpen ≙ 8 h	(3 · 8 h = 24 h)
	weil 3 **: 3** = 1	deshalb **umgekehrt** 8 h **· 3** rechnen
2. Zeile	1 Pumpe ≙ 24 h	(1 · 24 h = 24 h)
	weil 1 **· 5** = 5	deshalb **umgekehrt** 24 h **: 5** rechnen
3. Zeile	**5 Pumpen ≙ 4,8 h**	(5 · 4,8 h = 24 h)
Teil-Antwort	**5 Pumpen benötigen 4,8 Stunden, um eine Zisterne mit einem Inhalt von 3.600 Litern zu leeren.**	

Teilaufgabe 2: Direkte Proportionalität von Inhalt der Zisternen und benötigter Zeit

1. Zeile	3.600 l ≙ 4,8 h	
	weil 3.600 **: 6** = 600	deshalb **auch** 4,8 h **: 6** rechnen
2. Zeile	600 l ≙ 0,8 h	
	weil 600 **· 7** = 4.200	deshalb **auch** 0,8 h **· 7** rechnen
3. Zeile	**4.200 l ≙ 5,6 h**	
Teil-Antwort	**5 Pumpen benötigen 5,6 Stunden, um eine Zisterne mit einem Inhalt von 4.200 Litern zu leeren.**	

Landesinnungsverband des Dachdeckerhandwerks Sachsen

Arbeit und Leben

Übungen

BEACHTE

- Zu Beginn der Bearbeitung einer Aufgabe bitte stets prüfen, ob **direkte** oder ob **indirekte** Proportionalität vorliegt.
- Bitte die Lösung der Aufgaben **zuerst mittels Dreisatz** versuchen. Wenn es damit nicht klappt, dann Verhältnisgleichung(en) nutzen.

Aufgabe 4.1.

4 Dachdecker decken 6 Dächer in einer bestimmten Zeit. Wie viele Dachdecker decken 9 solcher Dächer in der gleichen Zeit?

Aufgabe 4.2.

Eine Packung Schieferstifte mit 2,5 kg Inhalt kostet 17,95 €. Wieviel kosten dann 30 kg solcher Stifte?

Aufgabe 4.3.

Für 5 m² Dachfläche werden 110 Schieferplatten benötigt.

a. Berechne, wieviel solche Platten für eine Dachfläche von 240 m² benötigt werden.

b. Berechne die Materialkosten für die Schieferplatten dieses Daches, wenn eine dieser Platten 1,95 € kostet.

Aufgabe 4.4.

Eine Dachdeckerfirma verbrauchte bei einer Baustelle 4.560 kWh Baustrom und bezahlte dafür 1.368 €.
Beim nächsten Projekt rechnet man mit einem Verbrauch von 6.000 kWh.
Welche Kosten für den Baustrom mit gleichen Konditionen muss die Firma einplanen?

Aufgabe 4.5.

Ein 4,20 m langer Sparren wiegt 18,9 kg. Wieviel wiegt ein 6,70 langer Sparren aus dem gleichen Material?

Aufgabe 4.6.

Ein Pultdach mit einer Neigung von 4,5% hat eine Breite von 9,00 m.

a. Berechne die Höhe des Daches.

b. In welcher Entfernung von der Taufe ist das Dach 15 cm hoch?

Übungen

BEACHTE

- Zu Beginn der Bearbeitung einer Aufgabe bitte stets prüfen, ob **direkte** oder ob **indirekte** Proportionalität vorliegt.
- Bitte die Lösung der Aufgaben **zuerst mittels Dreisatz** versuchen. Wenn es damit nicht klappt, dann Verhältnisgleichung(en) nutzen.

Aufgabe 4.7.

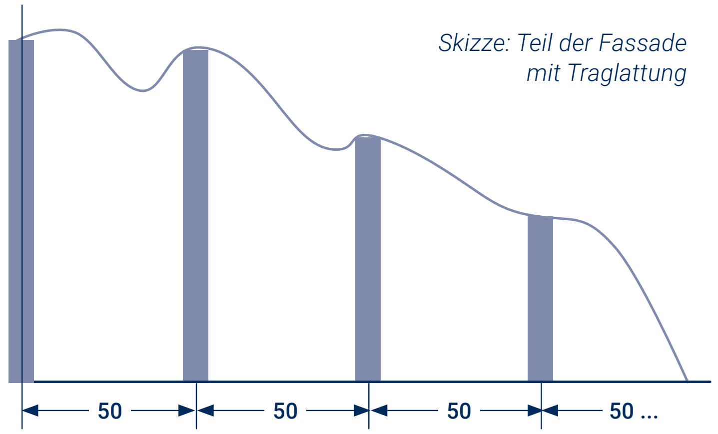
4 Dachdecker erledigen eine bestimmte Arbeit in 10 Tagen. In wieviel Tagen wird diese Arbeit durch 5 Dachdecker erledigt?

Aufgabe 4.8.

Ein Team von 6 Dachdeckern deckt in 30 Stunden eine Dachfläche von 310 m².
Welche Zeit benötigt das Team, wenn einer von ihnen durch Krankheit ausfällt?

Aufgabe 4.9.

Für die waagerecht anzubringende Verkleidung einer 5,60 m hohen Fassade ohne Dämmung wird eine senkrechte Traglattung (blau) erstellt. Deren Latten wurden in einem Abstand von 50 cm geplant (Abstand von Mitte Latte bis Mitte Latte), da 24 solche Abstände genau der Fassadenbreite entsprechen.



Skizze: Teil der Fassade mit Traglattung

a. Nach Vorgabe des Herstellers der Verkleidung müssen die Latten aber in einem Abstand von nur 40 cm angebracht werden.
Berechne, wie viele Zwischenräume (= Abstände) nun entstehen.

b. Berechne jeweils, wieviel laufende Meter Lattung zum einen nach der zuerst geplanten und zum anderen nach der laut Vorgabe notwendigen Variante gekauft werden müssten.

c. Berechne die Mehrkosten bei einem Preis von 1,17 € für den laufenden Meter Lattung.

Aufgabe 4.10.

Der Aushub einer Baugrube von 120 m³ soll durch eine Transportfirma abgefahren werden.
Anbieter A hat ein Fahrzeug mit 2 Tonnen Nutzlast, müsste 96 Fuhren durchführen und verlangt pro Fuhre 12,50 €. Anbieter B hat ein Fahrzeug mit 3 Tonnen Nutzlast und verlangt 15,00 € pro Fuhre.

Ermittle die jeweiligen Kosten für den Abtransport und entscheide aufgrund der Kosten, welcher Anbieter von dir den Auftrag bekäme?

Übungen

BEACHTE

- Zu Beginn der Bearbeitung einer Aufgabe bitte stets prüfen, ob **direkte** oder ob **indirekte** Proportionalität vorliegt.
- Bitte die Lösung der Aufgaben **zuerst mittels Dreisatz** versuchen. Wenn es damit nicht klappt, dann Verhältnisgleichung(en) nutzen.

Aufgabe 4.11.

Ein Team von 4 Dachdeckern deckt in 5 Tagen 150 m² Dachfläche. Wegen guter Auftragslage wird das Team um 2 Kollegen erweitert, die gleich schnell arbeiten. Wieviel Quadratmeter Dachfläche schafft das neue gebildete Team in 4 Tagen?

Aufgabe 4.12.

8 Dachdecker decken 7 Dächer in 210 Stunden. Wie lange benötigen dann 6 Dachdecker für 5 Dächer?

Aufgabe 4.13.

3 Lkw transportieren fahren 450 m³ Aushub in 8 Stunden ab. Wieviel Kubikmeter Aushub wird dann von 4 Lkw in 7 Stunden abtransportiert?

Aufgabe 4.14.

Dachdeckerlehrling Karl aus Schneeberg im Erzgebirge und seine Freundin Emma haben vor, im Urlaub mit dem Rad an die Ostsee nach Heringsdorf auf Usedom zu fahren. Unterwegs sind viele Pausen für weitere Unternehmungen geplant. Da es ihre erste große Tour ist, rechnen sie für die Hinfahrt 10 Tage mit täglich 4 Stunden Fahrzeit bei einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 15 km/h. Auf der Rückfahrt sind sie dann durchtrainiert und nehmen sich täglich 5 Stunden Fahrzeit bei einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 20 km/h vor. Berechne, wie viele Tage die Rückfahrt dann dauern wird.

Aufgabe 4.15.

Zum Bau von Schonsteinen wird Zementmörtel verwendet. Die Angabe 1:4 bedeutet dabei für Zementmörtel, dass der Mörtel in der Praxis z.B. aus 1 Schaufel Zement und 4 Schaufeln Sand trocken gemischt wird. Wasser wir hierbei vorerst nicht einbezogen.

a. Wieviel Schaufeln Sand muss Dachdeckerlehrling Max zugeben, wenn aus 6 Schaufeln Zement ein Zementmörtel 1:4 hergestellt werden soll?

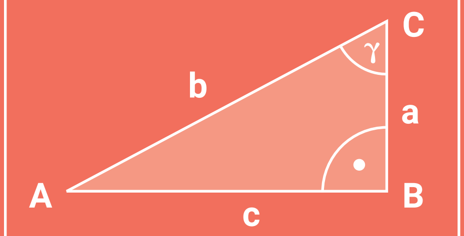
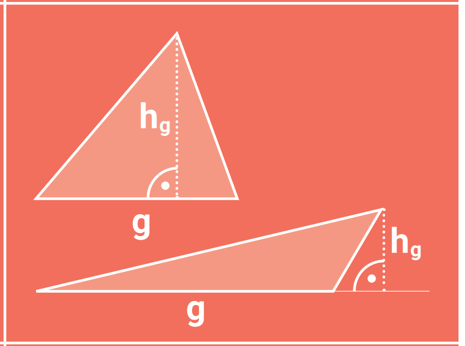
b. Dem Lehrling wird später mitgeteilt, dass er doch aus der in Aufgabe a) beschriebenen Mischung lieber Zementmörtel 1:3 herstellen soll. Entscheide, ob der Lehrling Zement oder Sand zugeben muss. Berechne, wieviel er davon zugeben muss.

Kapitel 5

Berechnungen an ebenen Flächen

5.1. Dreiecksflächen

Unterscheidung der Dreiecke hier in 2 Gruppen:

Name	Rechtwinkliges Dreieck	Allgemeines Dreieck
Skizze der Fläche mit Beschriftung		
Formel für Umfang	$u = a + b + c$	$u = a + b + c$
Formel für Flächeninhalt	$A = \frac{a \cdot b}{2}$ Die Katheten (!) werden miteinander multipliziert. Auch möglich: $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin\gamma$	$A = \frac{g \cdot h_g}{2}$ Eine Seite (Grundseite g) wird mit der zugehörigen Höhe h_g multipliziert. Auch möglich: $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin\gamma$

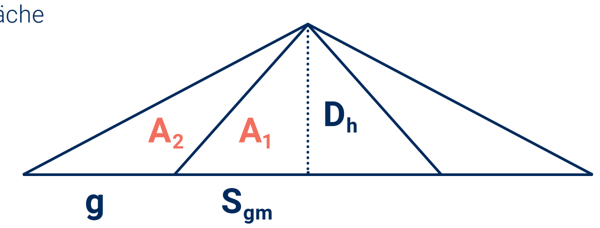
5.1.1. Berechnungen von Dreiecksflächen

Berechnungen des Flächeninhaltes (umgangssprachlich: „Größe der Fläche“)

An der 1,80 hohen Giebelseite eines 10,20 m breiten Hauses mit Satteldach befindet sich ein 3,60 m breiter Vorbau mit einem gleich hohen Satteldach (s. Skizze). Der Giebel des Vorbaus wird mit Schieferplatten bedeckt. Der verbleibende Giebel des Hauses wird verputzt. Berechne die Größe der mit Schiefer bedeckten Fläche und die Größe der verputzten Fläche

gegeben: D_h = 1,80 m
S_{gm} = 1,80 m
g = 3,30 m

gesucht: A_1, A_2



Lösung:

$A_1 = \frac{S_{gm} \cdot D_h}{2}$ $\qquad$ $A_2 = \frac{g \cdot D_h}{2}$

$A_1 = \frac{1{,}80m \cdot 1{,}80m}{2}$ $\qquad$ $A_2 = \frac{3{,}30m \cdot 1{,}80m}{2}$

$\underline{\underline{A_1 = 1{,}62m^2}}$ $\qquad$ $\underline{\underline{A_2 = 2{,}97m^2}}$

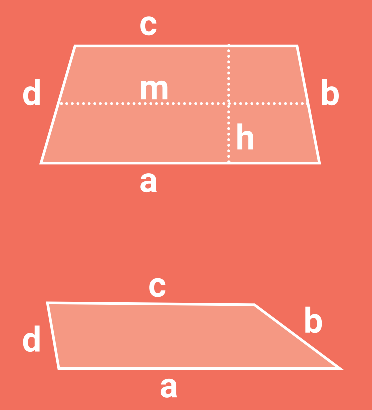
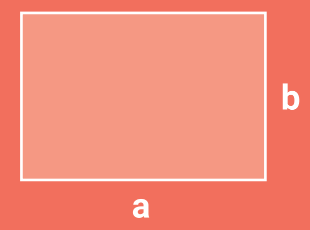
A_1= rechtwinkliges Dreieck
A_2= allgemeines Dreieck

Die mit Schiefer bedeckte Giebelfläche des Vorbaus hat eine Größe von 3,24 m² und die verputzte Giebelfläche des Hauses hat eine Größe von 5,94 m².

BEACHTE
Jede der Teilflächen A1 und A2 gehört zweimal zum jeweiligen Giebel.

5.2. Viereckflächen

Die **zwei für Dachdecker** wesentlichsten Arten der Vierecke

Name	Trapez	Rechteck
Skizze der Fläche mit Beschriftung		
Formel für Umfang	$u = a + b + c + d$ **Sonderfall:** $u = a + 2 \cdot b + c$, wenn $b = d$	$u = 2 \cdot (a + b)$
Formel für Flächeninhalt	$A = \frac{a + c}{2} \cdot h$	$A = a \cdot b$

HINWEIS
Durch $\frac{a+c}{2}$ berechnet man die Länge der Mittellinie **m.**

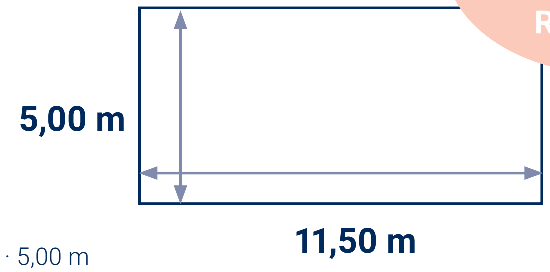
5.2.1. Berechnungen von Rechtecken

Ein Satteldach habe eine Trauflänge von 11,50 m und eine Sparrenlänge von 5,00 m. Berechne Flächeninhalt und Umfang von einer der beiden Dachhälften.

Überlegung: Dachflächen von Satteldächern sind Rechtecke

gegeben: T = 11,50 m
S = 5,00 m

gesucht: A, u



Lösung: $A = T \cdot S$ $\qquad$ $u = 2 \cdot T + 2 \cdot S$

$A = 11{,}50\ m \cdot 5{,}00\ m$ $\qquad$ $u = 2 \cdot 11{,}50\ m + 2 \cdot 5{,}00\ m$

$\underline{\underline{A = 57{,}5\ m^2}}$ $\qquad$ $\underline{\underline{u = 33{,}00\ m}}$

Von einer solchen Dachhälfte beträgt der Flächeninhalt 57,5 m² und der Umfang 33,00 m.

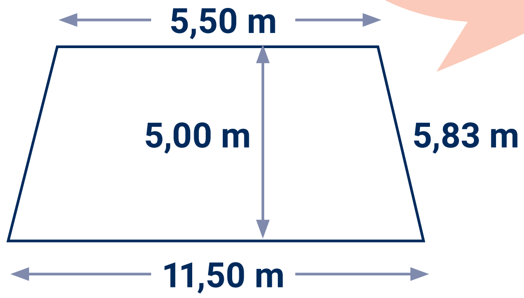
5.2.2. Berechnungen von Trapezen

Ein Walmdach habe eine Trauflänge von 11,50 m, eine Firstlänge von 5,50 m, eine Gratlänge von 5,83 m und eine Sparrenlänge von 5,00 m.
Berechne Flächeninhalt und Umfang von einer der beiden großen Dachseiten.

Überlegung: Zwei Teilflächen von Walmdächern sind Trapeze

gegeben: T = 11,50 m
S = 5,00 m
F = 5,50 m
G = 5,83 m

gesucht: A, u



Lösung: $A = \frac{T + F}{2} \cdot S$

$A = \frac{11{,}50\,m + 5{,}50\,m}{2} \cdot 5{,}00\,m$

$\underline{\underline{A = 42{,}5\,m^2}}$

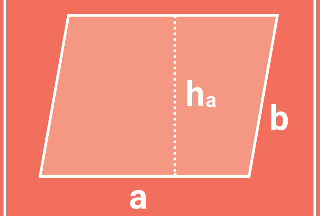
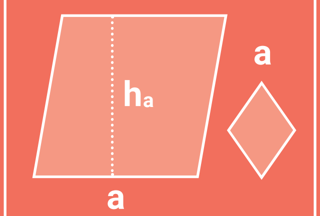
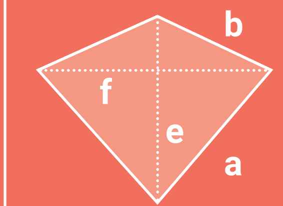
$u = T + 2\,G + F$

$u = 11{,}5\,m + 2 \cdot 5{,}83\,m + 5{,}50\,m$

$\underline{\underline{u = 28{,}66\,m}}$

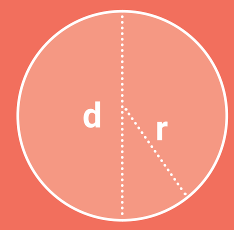
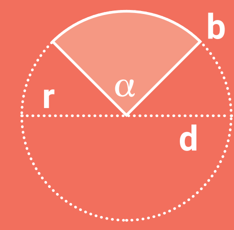
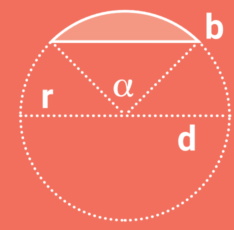
Von einer solchen Dachseite beträgt der Flächeninhalt 42,5 m² und der Umfang 28,66 m.

5.2.3. Weitere Arten von Vierecken

Name	Parallelogramm	Raute (oder Rhombus)	Drachenviereck
Skizze der Fläche mit Beschriftung	 Gegenüberliegende Seiten sind parallel und gleichlang	 Gegenüberliegende Seiten sind parallel und alle vier gleichlang	 Je zwei nebeneinander-liegende Seiten sind gleich lang
Formel für Umfang	$u = 2 \cdot (a + b)$	$u = 4 \cdot a$	$u = 2 \cdot (a + b)$
Formel für Flächeninhalt	$A = a \cdot h_a$ ($A = b \cdot h_b$)	$A = a \cdot h_a$	$A = \frac{e \cdot f}{2}$

5.3. Kreis, Kreissektor und Kreissegment

Formeln zur Berechnung an diesen Flächen

Name	Kreis	Kreisektor	Kreissegment
Skizze der Fläche mit Beschriftung	 **r** ist der Radius **d** ist der Durchmesser	 **b** ist die Länge des Kreisbogens. α ist der Zentriwinkel in Grad	 Segmenthöhe ist kleiner als r !!
Formel für Kreis-umfang bzw. Länge des Kreis-bogens b	$u = 2 \cdot \pi \cdot r$ oder $u = \pi \cdot d$	$b = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360°}$	$b = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360°}$
Formel für Flächeninhalt	$A = \pi \cdot r^2$ oder $A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$	$A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°}$	$A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°} - \frac{1}{2} \cdot r \cdot r \cdot \sin\alpha$ Fläche des Kreissektors minus Dreieck unter Kreissegment

5.3.1. Berechnungen am Kreis

Der große Turm vom Schloss Schwarzenberg/Erzgebirge (s. Bild) hat einen Durchmesser von 10,80 m. Berechne Umfang und Flächeninhalt der Grundfläche seines kegelförmigen Daches.

gegeben: d = 10,80 m

gesucht: u, A

Lösung: $u = \pi \cdot d$

$u = \pi \cdot 10{,}80\,m$

$\underline{\underline{u = 33{,}93\,m}}$

$A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$

$A = \frac{\pi}{4} \cdot (10{,}80\,m)^2$

$\underline{\underline{A = 91{,}61\,m^2}}$

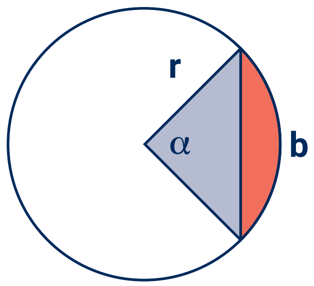
Die Grundfläche des Turmdaches hat einen Umfang von 33,93 m und einen Inhalt von 91,61 m².

Schloss Schwarzenberg im Erzgebirge in Sachsen

5.3.2. Berechnungen an Kreissektor und Kreissegment

In die Grundfläche dieses Turmdaches möchte man einen Aufgang einbauen. Dazu müsste ein Kreissektor (**hellblaue Fläche + rosa Fläche**) mit einem Winkel von 110° aus der Grundfläche ausgespart und wegen der Statik eine Metallplatte (**rosa**) am Kreisrand eingebaut werden.

Berechne den Inhalt der ausgesparten Fläche, den Inhalt der Fläche der Metallplatte und die Länge des Bogens an der Metallplatte.



gegeben: $r = 5{,}40\ \text{m}$, $\alpha = 110°$

gesucht: A_1, A_2, b

Lösung:

$$A_1 = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°}$$

$$A_1 = \pi \cdot (5{,}40\ \text{m})^2 \cdot \frac{110°}{360°}$$

$$\underline{\underline{A_1 = 27{,}99\ \text{m}^2}}$$

$$A_2 = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°} - \frac{1}{2} \cdot r \cdot r \cdot \sin\alpha$$

$$A_2 = \pi \cdot (5{,}40\ \text{m})^2 \cdot \frac{110°}{360°} - \frac{1}{2} \cdot (5{,}40\ \text{m})^2 \cdot \sin 110°$$

$$A_2 = \pi \cdot 29{,}16\ \text{m}^2 \cdot \frac{110°}{360°} - \frac{1}{2} \cdot 29{,}16\ \text{m}^2 \cdot 0{,}9397$$

$$\underline{\underline{A_2 = 14{,}29\ \text{m}^2}}$$

$$b = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360°}$$

$$b = 2 \cdot \pi \cdot 5{,}4\ \text{m} \cdot \frac{110°}{360°}$$

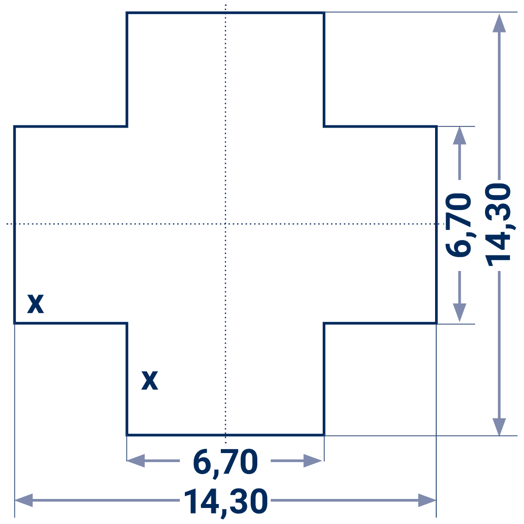
$$\underline{\underline{b = 10{,}37\ \text{m}}}$$

Die Aussparung hat einen Flächeninhalt von 27,99 m². Die Metallplatte hat einen Flächeninhalt von 14,29 m². Die Länge des Bogens beträgt 10,37 m.

5.4. Zusammengesetzte Flächen

5.4.1. Vorüberlegungen

Gegeben ist der abgebildete Grundriss eines Hauses. Für die gleichgroße Grundfläche des Daches ist der Flächeninhalt und der Umfang zu berechnen.



Für die Berechnung des Flächeninhaltes sind grundsätzlich 2 Varianten möglich:

1. Summe von Teilflächen **oder**
2. Differenz von Teilflächen (Diese Variante wird oft übersehen, kann aber sehr vorteilhaft sein.)

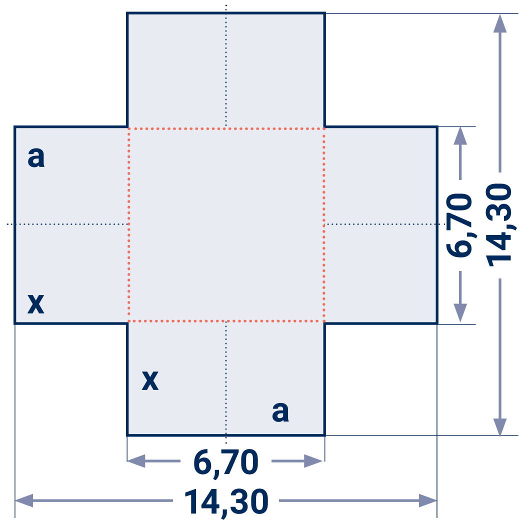
Für die Berechnung des Umfangs gibt es hier ebenfalls verschiedene Varianten:

1. Summe aller Teilstrecken (hier Wandlängen) bilden **oder**
2. man kann sich die Seiten x nach außen verschoben vorstellen und somit einfach die Umfangsformel für das dadurch entstandene große 14,30 m lange Quadrat anwenden. Dass dabei der Flächeninhalt der Grundfläche verändert wird, spielt dabei keine Rolle. Der Umfang bleibt gleich.

5.4.2. Berechnungen

Variante 1 (etwas umständlich)

Gegeben ist der abgebildete Grundriss eines Hauses. Für die gleichgroße Grundfläche des Daches ist der Umfang und der Flächeninhalt zu berechnen



gegeben: $a = 6{,}70\ \text{m}$, $x = 3{,}80\ \text{m}$

gesucht: u, A

→ $14{,}30 - 6{,}70 = 7{,}60$ → $7{,}60 : 2 = 3{,}80$

Lösung:

$u = 4 \cdot a + 8 \cdot x$

$u = 4 \cdot 6{,}70\ \text{m} + 8 \cdot 3{,}80\ \text{m}$

$\underline{\underline{u = 57{,}20\ \text{m}}}$ → **Es wird die Summe aller Teilstrecken gebildet.**

$A = a^2 + 4 \cdot a \cdot x$

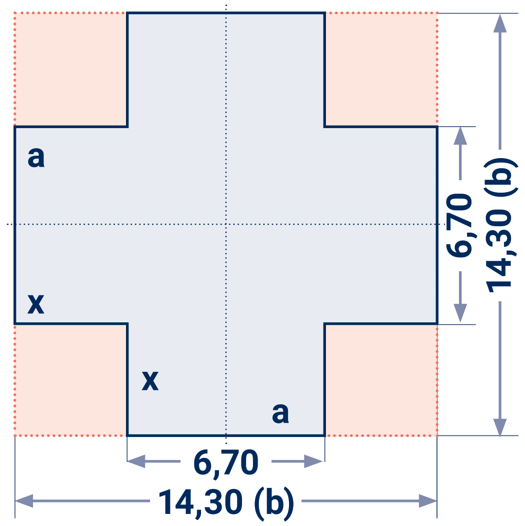
$A = (6{,}70\ \text{m})^2 + 4 \cdot 6{,}70\ \text{m} \cdot 3{,}80\ \text{m}$

$\underline{\underline{A = 146{,}73\ \text{m}^2}}$ → **Es wird die Summe aller Teilflächen gebildet.**

Gleiche Aufgabe, ein anderer Rechenweg!

Variante 2 (etwas cleverer)

Gegeben ist der abgebildete Grundriss eines Hauses. Für die gleichgroße Grundfläche des Daches ist der Umfang und der Flächeninhalt zu berechnen



gegeben: $b = 14{,}30\ \text{m}$, $x = 3{,}80\ \text{m}$

gesucht: u, A

→ $14{,}30 - 6{,}70 = 7{,}60$ → $7{,}60 : 2 = 3{,}80$

Lösung:

$u = 4 \cdot b$

$u = 4 \cdot 14{,}30\ \text{m}$

$\underline{\underline{u = 57{,}20\ \text{m}}}$ → **Es wird der Umfang des großen Quadrates berechnet.**

$A = b^2 - 4 \cdot x^2$

$A = (14{,}30\ \text{m})^2 - 4 \cdot (3{,}80\ \text{m})^2$

$\underline{\underline{A = 146{,}73\ \text{m}^2}}$ → **Es wird die Differenz von Teilflächen gebildet.**

Übungen

Aufgabe 5.1.

Ergänze in der Tabelle für verschiene Rechtecke mit den Seiten a und b jeweils den Flächeninhalt A und den Umfang u. Rechne möglichst im Kopf.

Rechteck	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8
Seite a in m	5	0,70	0,40	1,50	0,08	9,00	8,00	6,00
Seite b in m	4	2,00	0,60	3,00	2,50	7,00	6,00	1,20
Berechne:								
Flächeninhalt A in m²								
Umfang u in m								

Ergänze in dieser Tabelle für verschiedene Rechtecke die fehlenden Seiten a bzw. b und den fehlenden Flächeninhalt A bzw. Umfang u. Rechne möglichst im Kopf.

Rechteck	R9	R10	R11	R12	R13	R14	R15	R16
Seite a in m	11	0,80	0,90	0,04				
Seite b in m					15	5,00	0,40	0,07
Berechne:								
Flächeninhalt A in m²	77	2,40	0,45	0,032				
Umfang u in m					42	22,00	2,60	0,54

Übungen

BEACHTE

- Zu Beginn der Bearbeitung einer jeden Aufgabe bitte stets prüfen, welche **Flächenart** jeweils vorliegt.

Aufgabe 5.2.

Ein Pultdach hat eine Breite von 6,60 m und eine Höhe von 70 cm.
Berechne den Flächeninhalt des Giebels.

Aufgabe 5.3.

Der Giebel eines Satteldaches hat eine Breite von 9,60 m und eine Höhe von 4,80 m.
Berechne den Flächeninhalt des Giebels.

Aufgabe 5.4.

Der Giebel eines Krüppelwalmdaches hat eine untere Breite von 12,60 m, eine obere Breite von 5,60 m und eine Höhe von 2,80 m. Berechne den Flächeninhalt der Giebelfläche.

Aufgabe 5.4.

Der Giebel eines Krüppelwalmdaches hat eine untere Breite von 12,60 m, eine obere Breite von 5,60 m und eine Höhe von 2,80 m. Berechne den Flächeninhalt der Giebelfläche.

Aufgabe 5.5.

Berechne jeweils den Umfang der Giebelflächen aus den Aufgaben 5.2., 5.3. und 5.4.

Aufgabe 5.6.

An der 8,50 m breiten Seite eines Hauses befindet sich im Erdgeschoss ein halbkreisförmiger Anbau, auf dessen Dachfläche ein Balkon für das erste Obergeschoss geplant ist (s. Skizze). Deshalb muss die Fläche isoliert werden. Berechne die Größe der zu isolierenden Fläche und die Länge der gebogenen Dachrinne für diesen Anbau.

Draufsicht

Übungen

Aufgabe 5.7.

Die Wände eines Hauses sollen mit Schieferplatten verkleidet werden. Das Haus hat die Außenmaße von 8,50 m mal 10,20 m. Die zu verkleidenden Flächen sind 3,30 m hoch (die Giebel sind schon mit Schiefer verkleidet). Unterhalb und auch oberhalb der zu verkleidenden Fläche muss ringsum ein sogenanntes Lüftungsband angebracht werden. Lüftungsbänder werden zur Hinterlüftung, zur Insektenabwehr und zum Schutz gegen Vogeleinflug eingesetzt.

a. Berechne, wieviel laufende Meter Lüftungsband benötigt werden.

b. Berechne, wieviel Quadratmeter Wand mit Schiefer verkleidet werden sollen.

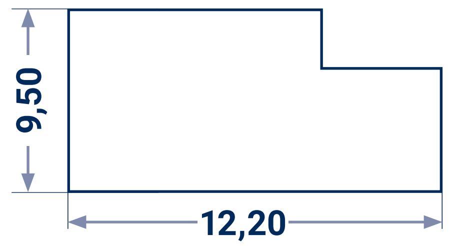
c. Berechne den Preis für die Schieferplatten, wenn 42 Stück je Quadratmeter benötigt werden, eine Schieferplatte 0,80 € kostet und wegen Verschnitt 105% gekauft werden.

Aufgabe 5.8.

Die Skizze zeigt die Draufsicht eines Hauses. Bei der Herstellung des Daches soll ringsum ein Dachrandprofil angebracht werden.

a. Wieviel laufende Meter Profil werden benötigt?

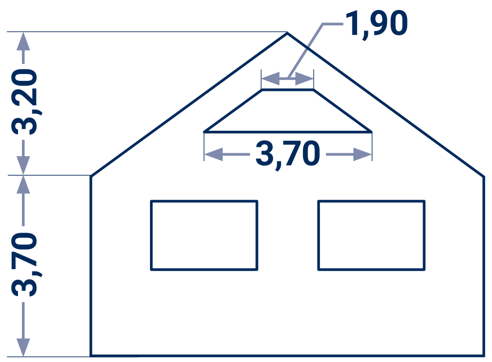
b. Welche Maße würden noch benötigt, wenn der Flächeninhalt der Grundfläche des Daches berechnet werden soll?



Aufgabe 5.9.

Die rechts abgebildete Giebelwand ist 7,90 m breit. Das Dachfenster ist 95 cm hoch. Die beiden anderen Fenster haben die Abmessungen von 2,10 m mal 1,20 m. Berechne den Flächeninhalt dieser Giebelwand ohne die Fenster.

Entnimm die fehlenden Maße der Skizze. Sämtliche Angaben in der Skizze erfolgen in Meter.



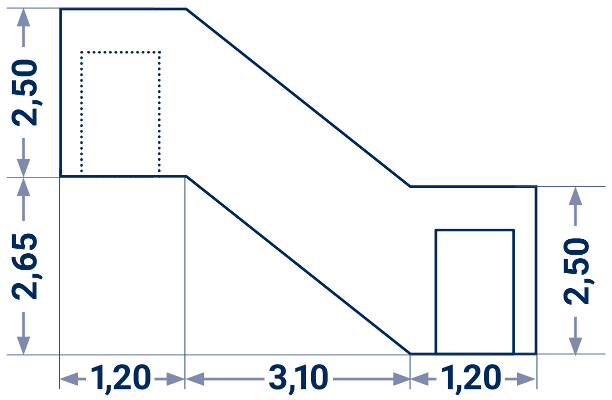
Aufgabe 5.10.

Dargestellt ist ein Treppenaufgang mit zwei Türen. Die hintere Seitenfläche des Aufgangs hat die Tür auf dem oberen Treppenabsatz. Die Türen haben beide die Abmessung von 2,04 m mal 96 cm. Die beiden Seitenflächen des Aufgangs sollen verkleidet werden. Die oberen Kanten beider Seitenflächen sollen mit einem Profil gefasst werden.

a. Berechne die Größe der zu verkleidenden Fläche ohne Türen.

b. Berechne, wieviel laufende Meter Profil benötigt werden.

Runde deine Endergebnisse stets auf 2 Stellen nach dem Komma.



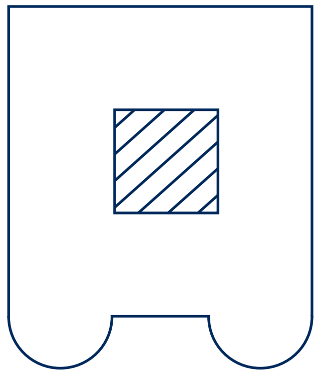
Übungen

Aufgabe 5.11.

Die Skizze rechts zeigt den Grundriss (und somit auch die Grundfläche des herzustellenden Daches) eines quadratischen Hauses mit zwei halbkreisförmigen Anbauten und einem kleinen Patio (schraffiert). Der Patio soll hier **nicht** überdacht werden. Der quadratische Teil des Hauses hat außen eine Abmessung von 15,00 m. Auch der Patio ist quadratisch, seine Seitenlänge beträgt 5,00 m. Die beiden halbkreisförmigen Anbauten sind gleichgroß und 5,00 m voneinander entfernt.

a. Wieviel laufende Meter Dachrandprofil werden benötigt?

b. Welchen Flächeninhalt hat die Gesamtdachfläche?



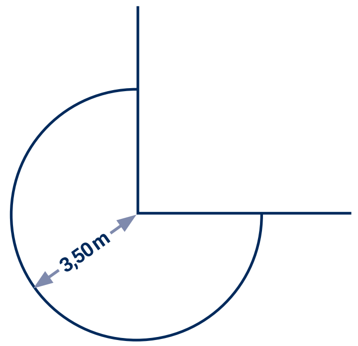
HINWEIS

Ein Patio (das Wort kommt aus dem Spanischen) ist ein Innenhof, der vor allem als kühlender Schattenspender in südlichen Ländern gebaut wird.

Aufgabe 5.12.

Der rechts abgebildete Anbau hat die Form eines Kreissektors. Eine Dachdeckerfirma soll diese Fläche isolieren und mit einem umlaufenden Profil versehen.

Berechne den Flächeninhalt der Grundfläche des Anbaues und die Länge des Profils.

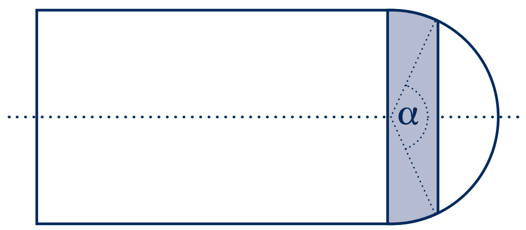


Aufgabe 5.13.

An der 8,50 m breiten Seite eines Hauses befindet sich im Erdgeschoss eine halbkreisförmige Terrasse. Im Obergeschoss darüber ist ein Balkon geplant, dessen Grundfläche (hellblau) im Wandbereich teilweise dem Terrassenrand als Kreisbogen folgt, dann jedoch in einer parallel zur Hauswand verlaufenden geraden Linie verläuft (siehe Skizze). Der Winkel **α** wurde mit 120° gemessen.

a. Berechne die Größe der Terrassengrundfläche.

b. Berechne die Größe der Balkongrundfläche.

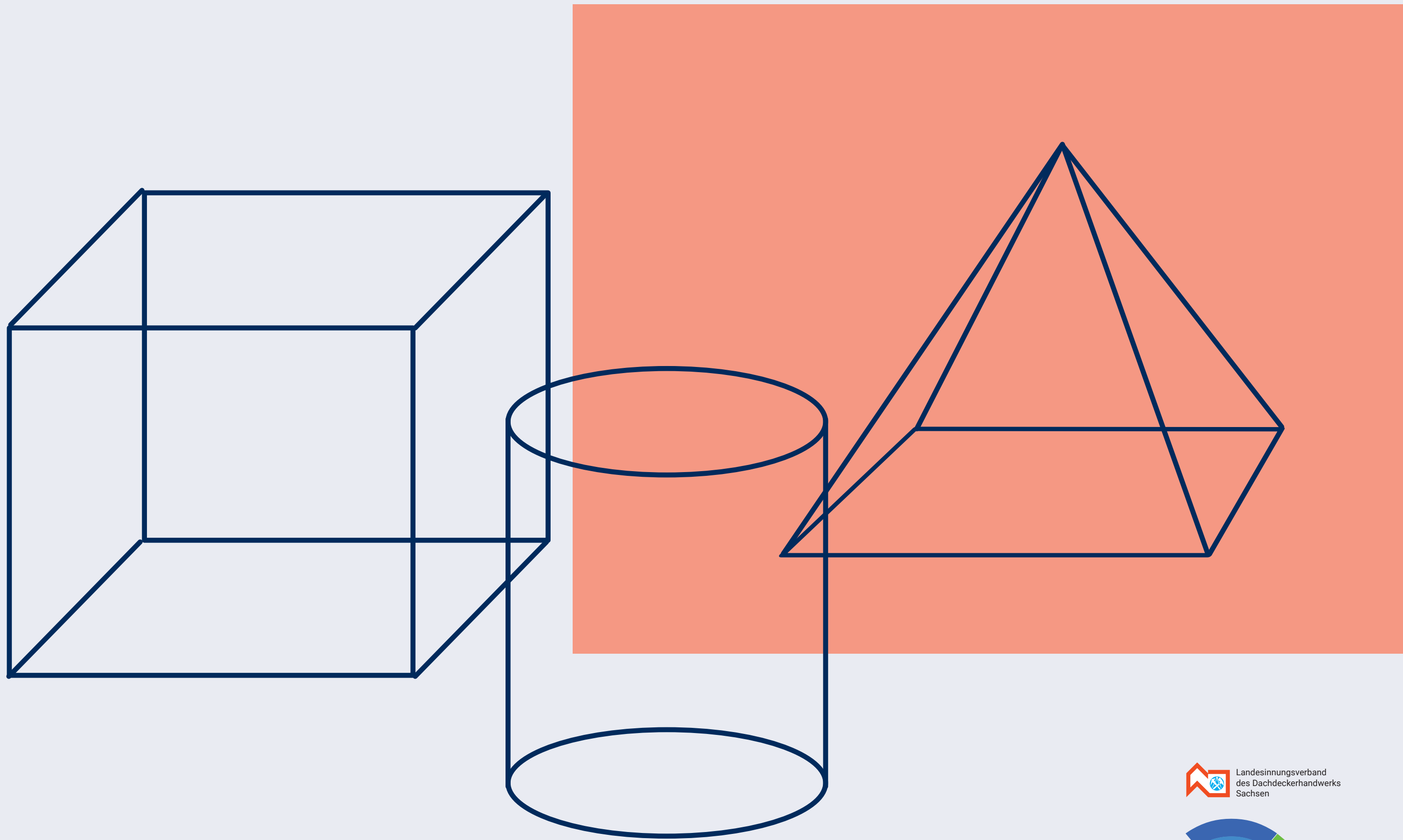


Draufsicht

Notizen

Kapitel 6

Berechnungen an Körper-oberflächen



Landesinnungsverband des Dachdeckerhandwerks Sachsen

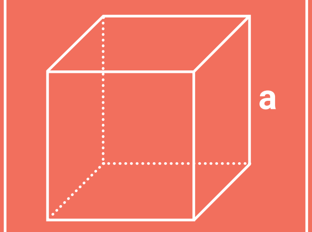
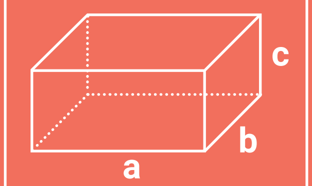
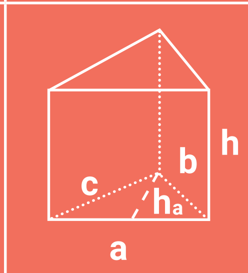
Arbeit und Leben

6.1. Allgemeines – Oberfläche und Volumen

- Die Dachfläche eines Hauses z.B. kann als Teil der **Oberfläche** eines geometrischen Körpers aufgefasst werden. Somit kann der Dachdecker zur Berechnung der Größe von Dachflächen viele Gesetzmäßigkeiten und Formeln aus dem Fachgebiet „Berechnung an geometrischen Körpern“ nutzen.
- Das Berechnen der Größe eines **Volumens** spielt dagegen im Berufsleben eines Dachdeckers nicht so die große Rolle – außer etwa bei Berechnungen des Inhalts von Dachräumen oder Gebäuden.
- Somit steht also auch hier die Berechnung des Oberflächeninhaltes von Körpern im Vordergrund gegenüber der Berechnung ihres Volumens (Rauminhaltes).
- Geometrische Körper kann man einteilen in
  - ebenflächig begrenzte Körper (z. B. Würfel, Quader, Prisma, Pyramide)
  - krummflächig begrenzte Körper (z. B. Kugel, Zylinder, Kegel)
- Viele Körper haben Grundfläche und Mantelfläche = Summe der Seitenflächen
  - Manche haben eine Grund-, eine Deck- und eine Mantelfläche (Prisma, Zylinder)
  - Andere haben eine Grundfläche und eine Mantelfläche (Pyramide, Kegel)

6.2. Berechnungen an Würfel, Quader, Prisma

Formeln zur Berechnung des Oberflächeninhaltes und des Volumens

Name	Würfel	Quader	Prisma
Skizze des Körpers mit Beschriftung	 **Alle** Kanten sind gleichlang	 **Parallele** Kanten sind gleichlang	 Grund- u. Deckfläche kongruent, Kanten h sind parallel
Oberflächeninhalt A_O	$A_O = 6 \cdot a^2$	$A_O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$	$A_O = 2 \cdot A_G + A_M$
Grundflächeninhalt A_G			hier: $A_G = \frac{a \cdot h_a}{2}$
Mantelflächeninhalt A_M			hier: $A_M = a \cdot h + b \cdot h + c \cdot h$
Formel für Volumen	$V = a^3$	$V = a \cdot b \cdot c$	$V = A_G \cdot h$; hier: $A_G = a \cdot b$

6.3. Berechnungen an Pyramiden

6.3.1. Allgemeine Aussagen – Grundbegriffe

- Pyramiden haben stets eine **Grundfläche A_G** und eine **Mantelfläche A_M**.
- Grundfläche einer Pyramide kann sein: Quadrat, Rechteck, jede Art von Dreieck, Sechseck, … aber z.B. **kein** Kreis. **Die Grundfläche der Pyramide ist eckig!**
- Die **Mantelfläche** einer Pyramide besteht stets aus Dreiecken - und zwar aus so vielen Dreiecken, wie die Grundfläche Seiten hat.
  Beispiel: Eine Pyramide mit einem Quadrat als Grundfläche hat eine Mantelfläche, die aus vier (dreieckigen) Seitenflächen besteht.
- Berechnungen an Pyramiden hängen also vorwiegend von der **Form der Grundfläche und** von der **Körperhöhe h** ab.

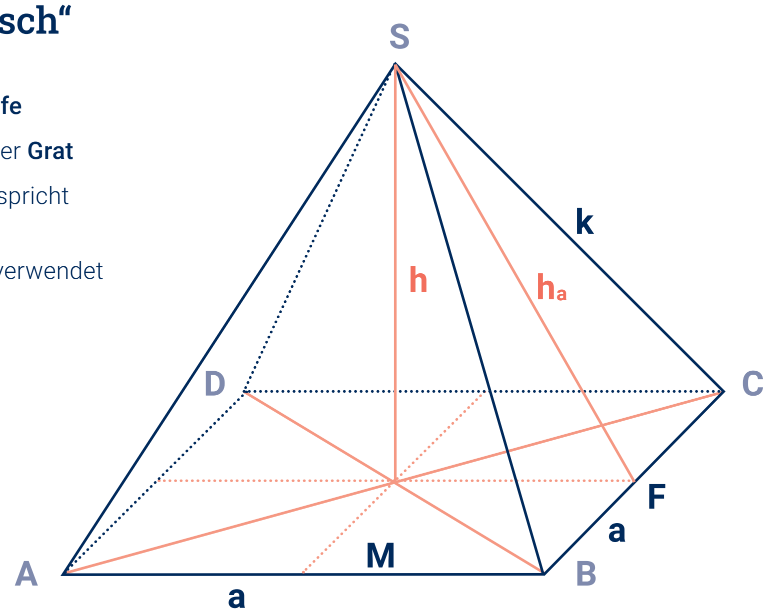
Grundbegriffe im „Dachdeckerdeutsch“

a Grundkante ist die **Traufe**

k Seitenkante verwendet er **Grat**

h Höhe der Pyramide entspricht der **Dachhöhe D_h**

h_a Höhe der Seitenfläche verwendet er die **Sparrenlänge S**



Allgemeine Formeln:

für den **Oberflächeninhalt** einer Pyramide: $A_O = A_G + A_M$

für das **Volumen** einer Pyramide: $V = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h$

HINWEIS
h_a kann berechnet werden mit dem „Pythagoras“ im rechtwinkeligen Dreieck **MFS** (rosa):

$$h_a = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

6.3.2. Überlegungen an der quadratischen Pyramide

Oberflächeninhalt allgemein: $A_O = A_G + A_M$ (*)

Bei quadratischer Pyramide gilt:

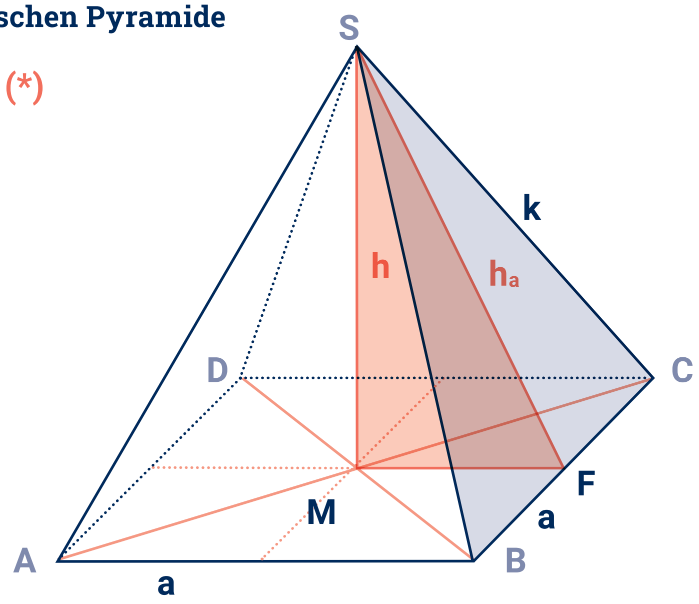
- für die Grundfläche: $\mathbf{A_G = a^2}$
- für die Mantelfläche: $\mathbf{A_M = 4 \cdot A_S}$

Die Seitenflächen A_S sind hier **4 Dreiecke** mit der Grundseite a und der Höhe h_a z.B. das Dreieck **BCS** (hellblau)

Jedes der 4 hat den Flächeninhalt $A_S = \frac{a \cdot h_a}{2}$

Eingesetzt in (*), ergibt sich somit für den **Oberflächeninhalt** einer **quadratischen Pyramide:**

$$A_O = a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2}$$



HINWEIS
h_a kann berechnet werden mit dem „Pythagoras“ im rechtwinkeligen Dreieck **MFS** (rosa):

$$h_a = \sqrt{h^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

h_b kann berechnet werden mit dem „Pythagoras“ im rechtwinkeligen Dreieck **MGS** (rosa):

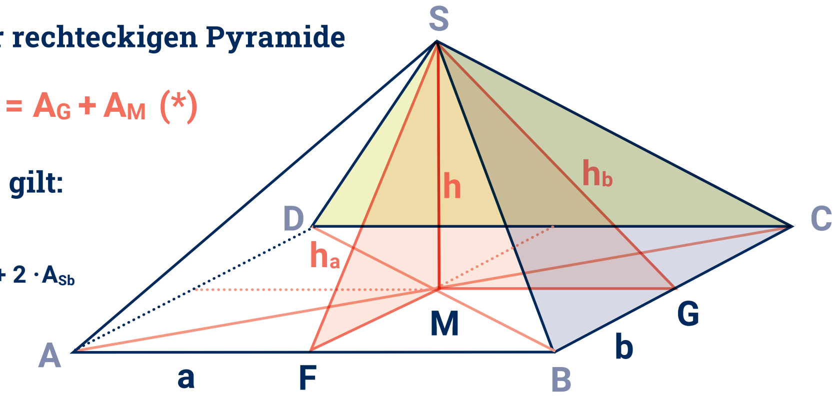
$$h_b = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

6.3.3. Überlegungen an der rechteckigen Pyramide

Oberflächeninhalt allgemein: $A_O = A_G + A_M$ (*)

Bei rechteckiger Pyramide gilt:

- für die Grundfläche: $\mathbf{A_G = a \cdot b}$
- für die Mantelfläche: $\mathbf{A_M = 2 \cdot A_{Sa} + 2 \cdot A_{Sb}}$



Die Seitenflächen sind hier **2 Dreiecke** mit der Grundseite a und der Höhe h_a.
⟶ Dreiecke **ABS** und **CDS** (limone)

und **2 Dreiecke** mit der Grundseite b und der Höhe h_b
⟶ Dreiecke **DAS** und **BCS** (hellblau)

Somit gilt: **2 Dreiecke** haben den Flächeninhalt $A_{Sa} = \frac{a \cdot h_a}{2}$

2 Dreiecke haben den Flächeninhalt $A_{Sb} = \frac{b \cdot h_b}{2}$

Eingesetzt in (*), ergibt sich somit für den **Oberflächeninhalt** einer **rechteckgigen Pyramide:** $A_O = a \cdot b + 2 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2} + 2 \cdot \frac{b \cdot h_b}{2}$

6.3.4. Formeln zur Berechnung an Pyramiden

Name	Grundfläche der Pyramide ist ein ...	Formel für Grundflächeninhalt	Formel für Mantelflächeninhalt	Formel für Oberflächeninhalt	Formel für Volumen
Quadratische Pyramide	Quadrat	$A_G = a^2$	$A_M = 4 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2}$	$A_O = a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2}$	$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$
Rechteckige Pyramide	Rechteck	$A_G = a \cdot b$	$A_M = 2 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2} + 2 \cdot \frac{b \cdot h_b}{2}$	$A_O = a \cdot b + 2 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2} + 2 \cdot \frac{b \cdot h_b}{2}$	$V = \frac{1}{3} \cdot a \cdot b \cdot h$
Regelmäßige dreieckige Pyramide	gleichseitiges Dreieck (alle 3 Seiten gleich lang)	$A_G = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$	$A_M = 3 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2}$ $\left(h_a^2 = h^2 + \frac{1}{3} \cdot a^2\right)$	$A_O = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 + 3 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2}$	$V = \frac{\sqrt{3}}{12} \cdot a^2 \cdot h$

6.3.5. Beispielaufgabe

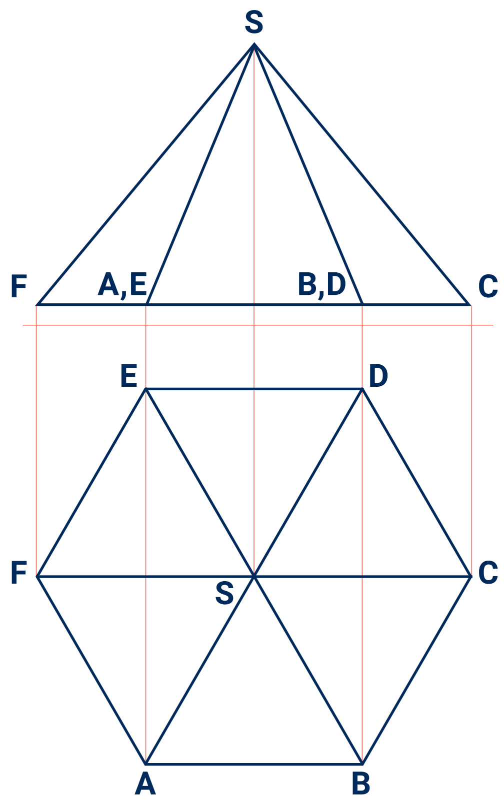
Aufgabenstellung

Ein Turm habe die **Form eines regelmäßigen Sechseckes**. Die Dachziegel seines Daches sollen erneuert werden. Jeder Grat soll dabei mit Aluprofil unterlegt werden.

Gegeben ist die Zweitafelprojektion des Turmdaches (Grundriss und Aufriss bzw. Draufsicht und Vorderansicht). Zur besseren Unterscheidung sind die Hilfslinien rot dargestellt.

Jede der Dachunterkanten (Traufe) habe eine Länge von 2,40 m. Die Dachhöhe betrage 5,50 m.

Berechne, wie groß die zu erneuernde Dachfläche ist und wie viele laufende Meter Aluprofil benötigt werden.



Problemanalyse

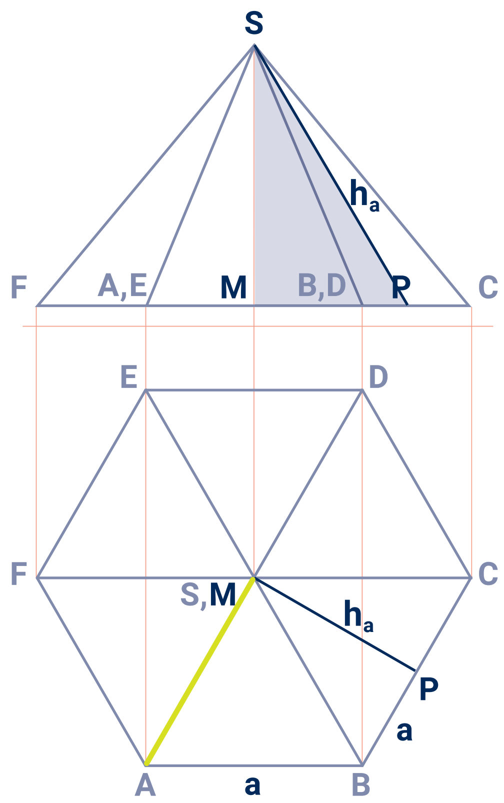
Bei diesem Turmdach handelt es sich um eine **regelmäßige sechsseitige Pyramide**. Also ist die Grundfläche ein gleichseitiges Sechseck. Somit suchen wir nach Gesetzmäßigkeiten am regelmäßigen Sechseck.

Die **Dachfläche** besteht aus den sechs dreieckigen Seitenflächen dieser Pyramide. Es ist also die Größe der Mantelfläche zu berechnen.

Um den Flächeninhalt einer Seitenfläche zu berechnen, benötigt man die Höhe h_a mit dem Fußpunkt P. Die Berechnung von h_a im Dreieck **MPS** (hellblau) sollte durch Anwendung des „Pythagoras" gelingen.

Jeder **Grat** ist eine der schrägen Seitenkanten der Pyramide – also die Seite einer Seitenfläche, z.B. Strecke $\overline{\mathbf{AS}}$ (limone).

Die Gesamtlänge der 6 Grate ist gesucht.



Gesetzmäßigkeiten am Sechseck

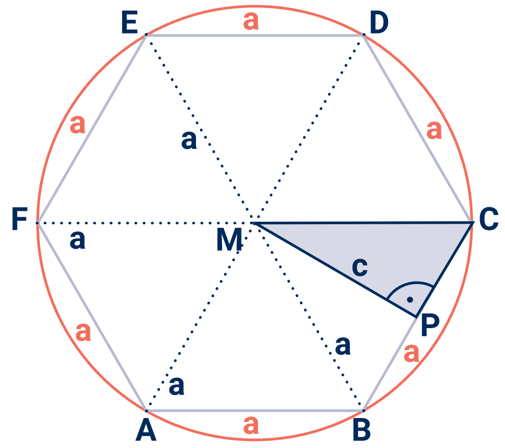
Wir betrachten nun erst einmal die **Grundfläche** des Daches, also ein regelmäßiges Sechseck, bei dem ja alle Seiten gleichlang sind ($a = \overline{AB} = \overline{BC} = ...$).

Wir zeichnen die Diagonalen in das Sechseck. Sie schneiden einander in einem Punkt M. Es entstehen sechs Dreiecke, z.B. Dreieck **ABM**, Dreieck **BCM**, usw..

Wir zeichnen um M einen Kreis (rot) und verwenden dazu den **Radius a**.

Wir stellen fest: Alle Eckpunkte des Sechseckes ABCDEF liegen auf der Kreislinie.

Daraus folgt: $\overline{AM} = \overline{BM} = ... = a$



Das wiederum bedeutet, dass diese **sechs Dreiecke gleichseitig** sind. Die Länge der Seiten dieser gleichseitigen Dreiecke ist uns also bekannt und wir können losrechnen.

Wir kennzeichnen den Mittelpunkt **P** der Seite $\overline{\mathbf{BC}}$ und berechnen die Länge der **Seite c =** $\overline{\mathbf{PM}}$ des Dreiecks **PCM** (hellblau).

$$a^2 = c^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$c^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$c = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$c = \sqrt{2{,}40\,m^2 - \left(\frac{2{,}40\,m}{2}\right)^2}$$

$$\underline{\underline{c = 2{,}08\,m \;\; (2{,}0784...)}}$$

Berechnung der Dachfläche

Eine Dachkante habe eine Länge von 2,40 m. Die Dachhöhe betrage 5,50 m.
Berechne, wie groß die zu erneuernde Dachfläche ist.

gegeben: $a = 2{,}40$ m
$h = 5{,}50$ m
$c = 2{,}08$ (liegt hier "unter" h_a innerhalb der Grundfläche)

gesucht: A_M

Lösung:

$$A_M = 6 \cdot A_S$$

$$A_M = 6 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2}$$

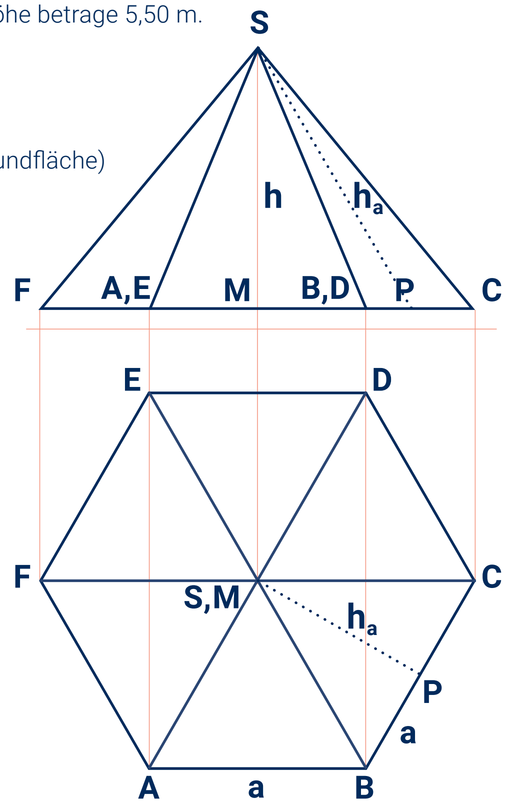
$$A_M = 6 \cdot \frac{2{,}40\,m \cdot 5{,}88\,m}{2}$$

$$\underline{\underline{A_M = 42{,}33\,m^2 \;\; (42{,}3333...)}}$$

$$h_a = \sqrt{h^2 + c^2}$$

$$h_a = \sqrt{(5{,}50\,m)^2 + (2{,}08\,m)^2}$$

$$h_a = 5{,}88\,m \;\; (5{,}8796...)$$



Berechnung der Länge des Aluprofils

Eine Dachkante habe eine Länge von 2,40 m. Die Dachhöhe betrage 5,50 m. Berechne, wie viele laufende Meter Aluprofil benötigt werden.

Es muss zuerst die Länge **s** einer Seitenkante berechnet werden. Dazu nutzen wir das rechtwinklige Dreieck **MCS** (hellblau).

gegeben: $a = 2{,}40\ m$; $h = 5{,}50\ m$ **gesucht:** l

Lösung: $l = 6 \cdot s$

$l = 6 \cdot 6{,}00\ m$

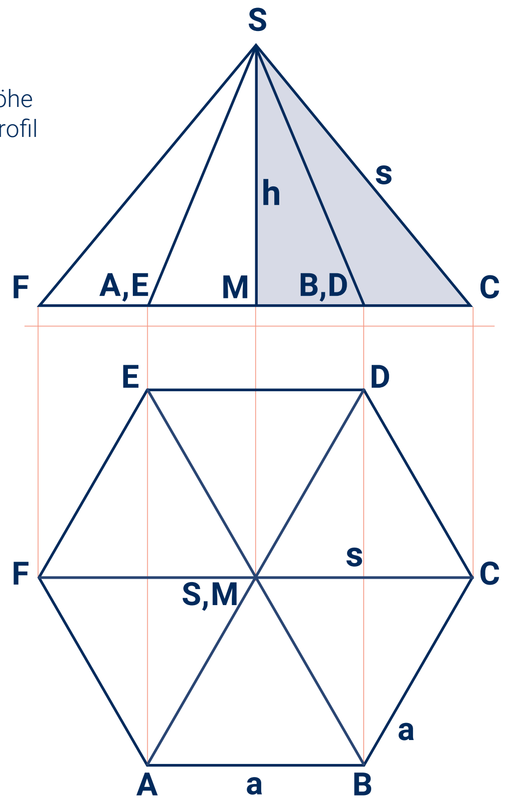
$\underline{\underline{\mathbf{l = 36{,}00\ m}}}$ **(36,005)**

$s = \sqrt{h^2 + a^2}$

$s = \sqrt{(5{,}50\ m)^2 + (2{,}40\ m)^2}$

$s = 6{,}00\ m$ (6,00083...)

Die zu reparierende Dachfläche beträgt 42,33 m².
Es werden 36,00 lfd. m Aluprofil benötigt.



6.4. Berechnungen an Kugel, Zylinder und Kegel

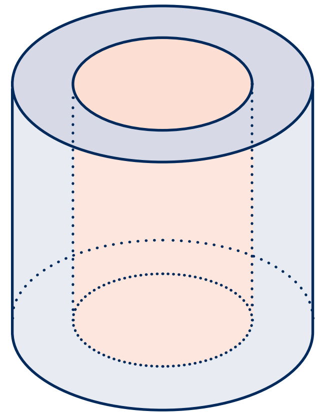
Formeln zur Berechnung an krummflächig begrenzten Körpern

Name	Kugel	(Kreis-) **Zylinder**	(Kreis-) **Kegel**
Grundfläche des Körpers ist ein...	hat keine Grundfläche	Kreis	Kreis
Inhalt (bzw. Umfang) der Grundfläche	–	$A_G = \pi \cdot r^2$ ($u_G = 2 \cdot \pi \cdot r$)	$A_G = \pi \cdot r^2$ ($u_G = 2 \cdot \pi \cdot r$)
Formel für Mantelflächen-inhalt	–	$A_M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$ ($A_M = u \cdot h$ / ist ein Rechteck)	$A_M = \pi \cdot r \cdot s$ (s ist eine Mantellinie)
Formel für Oberflächen-inhalt	$A_O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$	$A_O = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r^2$	$A_O = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s$
Formel für Volumen	$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$	$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$	$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$

6.4.1. Beispielaufgabe - Berechnung am Hohlzylinder

Berechne von dem abgebildeten Kaminabzug aus Beton das Volumen (in Liter) und die Oberfläche (in Quadratmeter). Der Abzug hat einen Außendurchmesser von 45 cm, einen Innendurchmesser von 23 cm und eine Höhe von 60 cm.

HINWEIS
Diesen Körper fasst man am besten als einen auf, bei dem aus einem **äußeren Zylinder 1** (hellblau) ein **innerer Zylinder 2** (rosa) „ausgeschnitten" wurde. Ihn nennt man dann **Hohlzylinder**.



Teil 1

gegeben: $r_1 = 22{,}5\ cm$; $r_2 = 11{,}5\ cm$; $h = 60\ cm$ **gesucht:** V

Lösung: $V = V_1 - V_2$

$V = \pi \cdot r_1^2 \cdot h - \pi \cdot r_2^2 \cdot h$

$V = \pi \cdot (22{,}5\ cm)^2 \cdot 60\ cm - \pi \cdot (11{,}5\ cm)^2 \cdot 60\ cm$

$V = 70.497{,}339\ cm^3 \longrightarrow V = 70{,}497\ dm^3$

$\underline{\underline{\mathbf{V = 70{,}5\ l}}}$

Teil 2

gegeben: $r_1 = 22{,}5\ cm$; $r_2 = 11{,}5\ cm$; $h = 60\ cm$ **gesucht:** A_O

Lösung: $A_O = A_{O1} - 2 \cdot A_{G2} + A_{M2}$

$A_O = (2 \cdot \pi \cdot r_1^2 + 2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot h) - (2 \cdot \pi \cdot r_2^2) + (2 \cdot \pi \cdot r_2 \cdot h)$

$A_O = (2 \cdot \pi \cdot (22{,}5\ cm)^2 + 2 \cdot \pi \cdot 22{,}5\ cm \cdot 60\ cm) - (2 \cdot \pi \cdot (11{,}5\ cm)^2) + (2 \cdot \pi \cdot 11{,}5\ cm \cdot 60\ cm)$

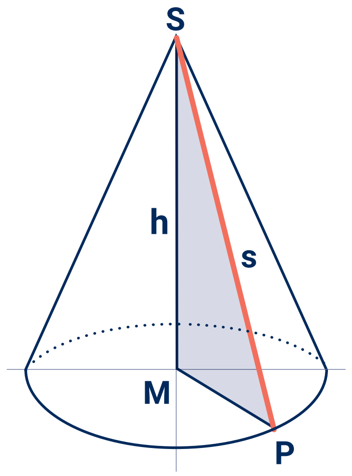
$A_O = 15.167{,}609\ cm^2$

$\underline{\underline{\mathbf{A_O = 1{,}52\ m^2}}}$

6.4.2. Beispielaufgabe - Berechnungen an Kugel, Zylinder und Kegel

Berechne von einem kegelförmigen Dach mit einem Durchmesser von 8,40 m und einer Höhe von 4,90 m die Größe der Dachfläche und das Volumen des Dachraumes.

HINWEIS
Eine Verbindung der Spitze **S** eines Kegels mit einem beliebigen Punkt **P** auf dem Umfang der Grundfläche heißt **Mantellinie s**. Eine Mantellinie hat die Länge $s = \overline{PS}$ (rot) und ist die Hypotenuse des so entstandenen rechtwinkligen Dreieckes **MPS** (hellblau) → **Pythagoras!**



Teil 1

gegeben: $r = 4{,}20\,m$ **gesucht:** A_M
$h = 4{,}90\,m$

Lösung: $A_M = \pi \cdot r \cdot s$ ⟶ $s = \sqrt{h^2 + r^2}$

$A_M = \pi \cdot 4{,}20\,m \cdot 6{,}45\,m$ $s = \sqrt{(4{,}90\,m)^2 + (4{,}20\,m)^2}$

$\underline{\underline{\mathbf{A_M = 85{,}15\,m^2 \quad (85{,}1543...)}}}$ $s = 6{,}45\,m \quad (6{,}4536...)$

Teil 2

gegeben: $r = 4{,}20\,m$ **gesucht:** V
$h = 4{,}90\,m$

Lösung: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (4{,}20\,m)^2 \cdot 4{,}90\,m$

$\underline{\underline{\mathbf{V = 90{,}5\,m^3 \quad (90{,}5155...)}}}$

Übungen

Aufgabe 6.1.

Ergänze in der Tabelle für verschiedene Quader mit den Kanten a, b und c jeweils den Oberflächeninhalt A_O und das Volumen V.

Rechteck	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8
Kante a in m	2	2	9	8	0,40	1,50	0,80	6,00
Kante b in m	3	2	7	6	0,60	3,00	2,50	1,20
Kante c in m	4	2	5	3	0,30	5,00	3,00	1,20
Berechne:								
A_O in m²								
V in m³								

Ergänze in der Tabelle für verschiedene Quader mit den Kanten a, b und c, dem Oberflächeninhalt A_O und dem Volumen V die jeweils fehlenden Werte.

Rechteck	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16
Kante a in m	3	3	3	6			0,30	1,20
Kante b in m	4	3			8	5	0,40	
Kante c in m			1	8	10	7		0,90
Berechne:								
A_O in m²		54		292		358		5,52
V in m³	60		6		480		0,240	
Schwierigkeit		!!		!!		!!	!	!!!

Gehirn-jogging!

HINWEIS
Wenn nicht anders angegeben, erfolgen Maßangaben bei Skizzen stets in Meter.

Übungen

Aufgabe 6.2.

An einem quadratischen Prisma ist die Grundkante 92 cm lang und die Höhe beträgt 1,35 m.
Berechne den Oberflächeninhalt und das Volumen dieses Prismas.

Aufgabe 6.3.

Ein Würfel habe eine Kantenlänge von 8,6 dm.

a. Berechne seinen Oberflächeninhalt und sein Volumen. Gib das Ergebnis in Quadratmetern bzw in Litern an. Runde auf jeweils 2 Stellen.

b. Berechne die Länge der Raumdiagonalen in Meter. Runde das Ergebnis auf zwei Dezimalstellen.

Aufgabe 6.4.

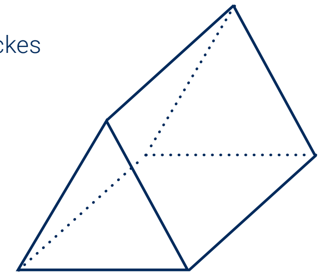
Der Giebel eines Satteldaches hat die Form eines gleichseitigen Dreieckes und ist 10,00 m breit. Die Traufe ist 14,00 m lang.

a. Berechne die Größe der Dachfläche.

b. Berechne die Dachhöhe.

c. Berechne den Inhalt einer Giebelfläche.

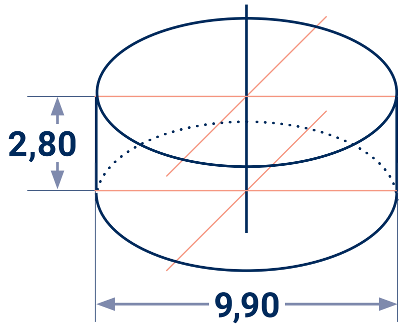
d. Berechne das Volumen des Daches.



Aufgabe 6.5.

Das dargestellte Silo soll vor der weiteren Bearbeitung mit einem Bitumenvoranstrich versehen werden.

Wieviel 10-Liter-Eimer mit diesem Voranstrich werden benötigt, wenn für einen Quadratmeter 0,3 l des Anstrichstoffes ausreicht?



Aufgabe 6.6.

Skizziert ist hier die Giebelwand einer 32,00 m langen Werkhalle mit halbkreisförmigem Dach.

Folgendes ist zu berechnen:

a. der Flächeninhalt einer Seitenwand

b. der Flächeninhalt einer Giebelwand

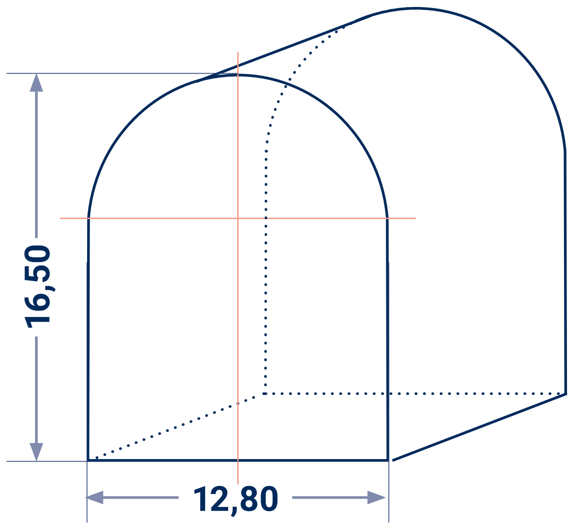
c. die Gesamtwandfläche der Halle

d. die Länge eines Ortrandes

e. die Größe der Dachfläche

f. das Volumen des Dachraumes

g. der umbaute Raum der gesamten Halle



Übungen

Aufgabe 6.7.

Das quadratische Zeltdach eines denkmalgeschützten Wachturms soll restauriert werden.
Das pyramidenförmige Dach hat eine Breite von 6,80 m und eine Höhe von 2,40 m.

a. Entscheide durch Überlegung (eventuell mit einer Skizze), ob ein eher flaches (Dachneigung $\alpha < 45°$) oder ein eher steiles ($\alpha > 45°$) Dach vorliegt.

b. Berechne:
1. den Inhalt der Dachgrundfläche,
2. die Länge des längsten Sparrens einer dreieckigen Dachseite,
3. die Größe der Dachfläche insgesamt,
4. die Gratlänge,
5. die Dachneigung in Grad.

Aufgabe 6.8.

Ein pyramidenförmiges Dach mit rechteckigem Grundriss hat eine Länge von 8,50 m, eine Breite von 7,90 m und eine Höhe von 6,30 m.

a. Berechne die jeweils maximale Sparrenlänge der beiden verschieden großen Dachseiten.

b. Berechne die Länge des Gratsparrens.

c. Berechne den Inhalt der Dachfläche.

Aufgabe 6.9.

Das kegelförmige Dach eines Rundturms soll instandgesetzt werden.
Es hat eine Höhe von 3,70 m und einen Durchmesser von 3,20 m.

a. Berechne den Inhalt und den Umfang der Dachgrundfläche.

b. Berechne die maximale Sparrenlänge.

c. Berechne den Inhalt der Dachfläche.

d. Berechne das Volumen des Daches. Runde auf Kubikmeter.

Aufgabe 6.10.

Das abgebildete kegelförmige Kirchturmdach soll umgebaut werden.
Dabei wird eine Zwischendecke eingezogen, die das Dach teilt.

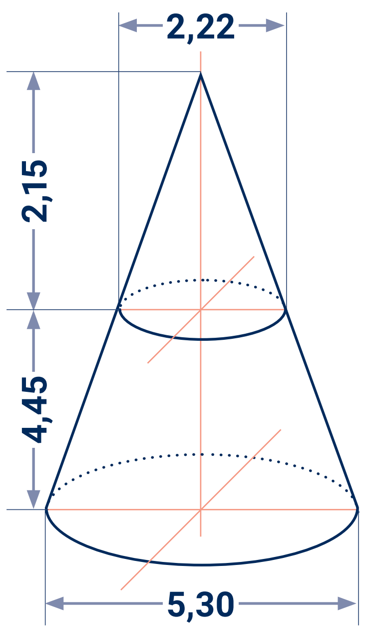
a. Berechne den Dachraum V_{ges} des gesamten Daches.

b. Berechne das Volumen V_o der oberen Spitze des Turmdaches.

c. Berechne das Volumen V_u des durch die Zwischendecke entstandenen unteren Teils des Turmdaches.

d. Berechne den Inhalt A_{Dges} der gesamten Dachfläche.

e. Berechne den Inhalt A_{Du} des unteren Teils der Dachfläche.

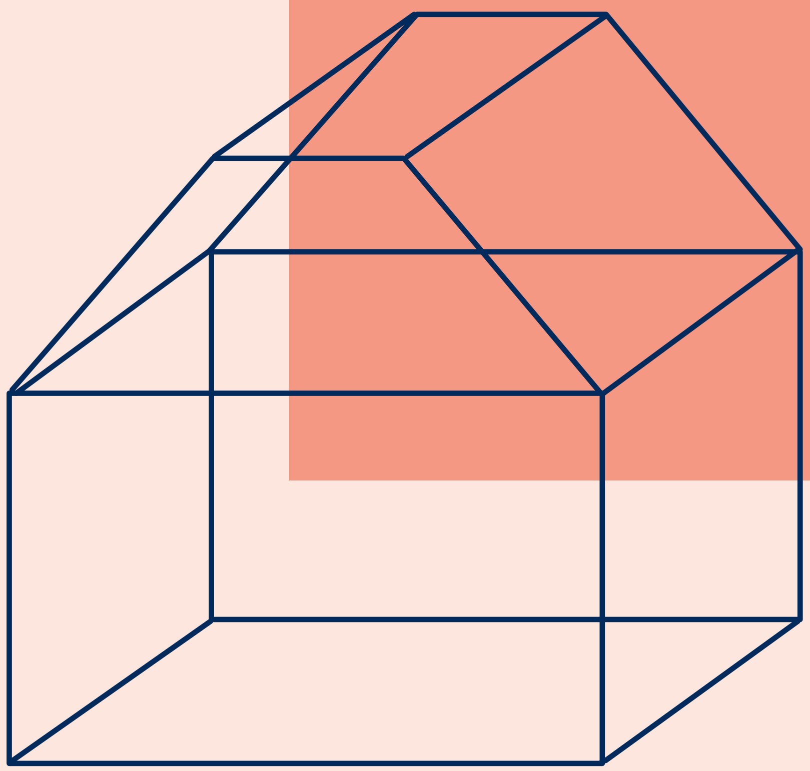


HINWEIS
Wenn nicht anders angegeben, erfolgen Maßangaben bei Skizzen stets in Meter.

Notizen

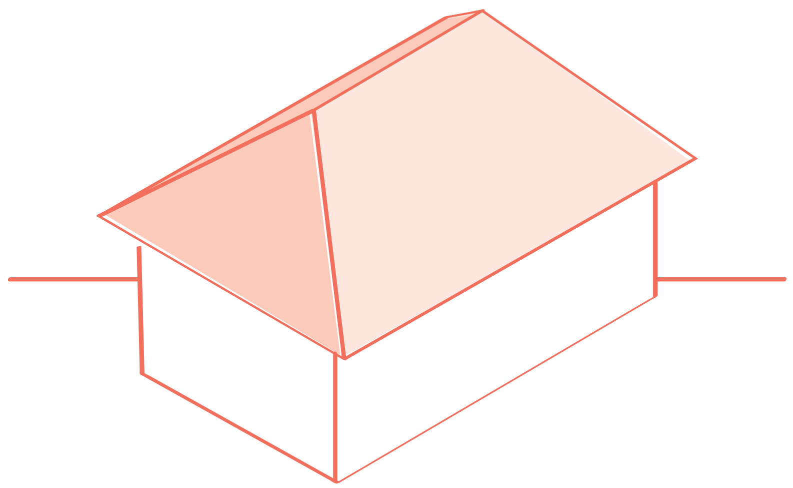
Kapitel 7

Berufs-spezifische Berechnungen



Arbeit und Leben

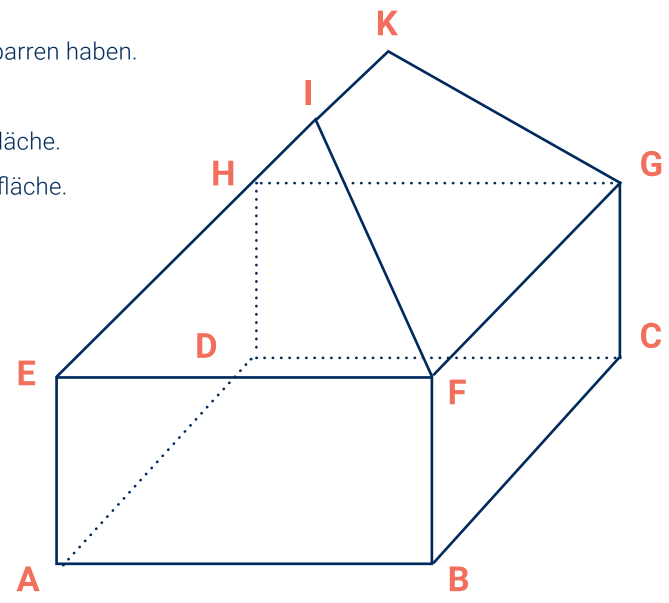
7.1. Berechnungen am Walmdach



Beispielaufgabe – Aufgabenstellung

Das abgebildete Haus hat ein Walmdach mit gleicher Neigung. Dach und Gebäude sind 12,40 m lang und 8,00 m breit. Das Dach ist 4,00 m hoch. Die Wandhöhe beträgt 4,20 m.

1. Skizziere vom gegebenen Schrägbild dieses Hauses eine Dreitafelprojektion mit Vorderansicht (nennt man mit unter auch: Aufriss), Draufsicht (Grundriss) und Seitenansicht (Kreuzriss/Seitenriss). Beschrifte dabei auch die Eckpunkte **ABCDEFGHIK**.
2. Berechne die Länge des Firstes.
3. Berechne die Gesamttrauflänge T_g.
4. Berechne, welche maximale Länge die Sparren haben.
5. Berechne die Gratlänge.
6. Berechne den Inhalt der gesamten Dachfläche.
7. Berechne den Inhalt der gesamten Wandfläche.
8. Berechne das Dachvolumen.
9. Berechne die Dachneigung. Gib das Ergebnis in Grad und in Prozent an.



7.1.1. Dreitafelprojektion - DTP

HINWEIS

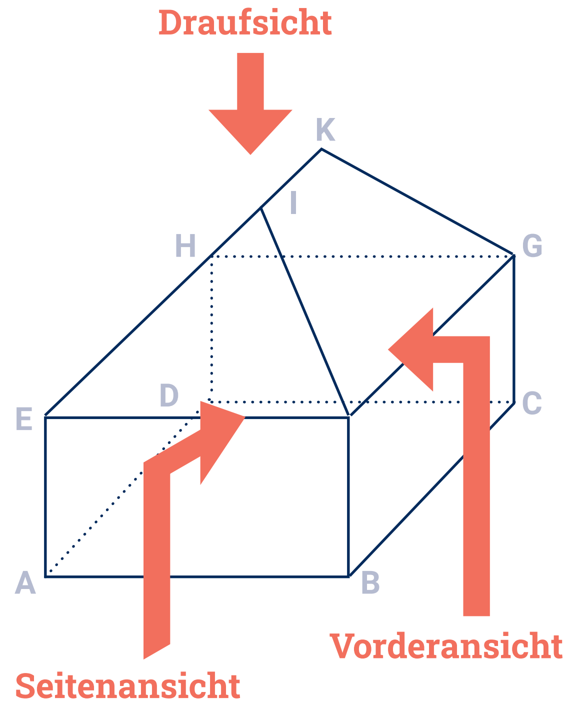
V S
D

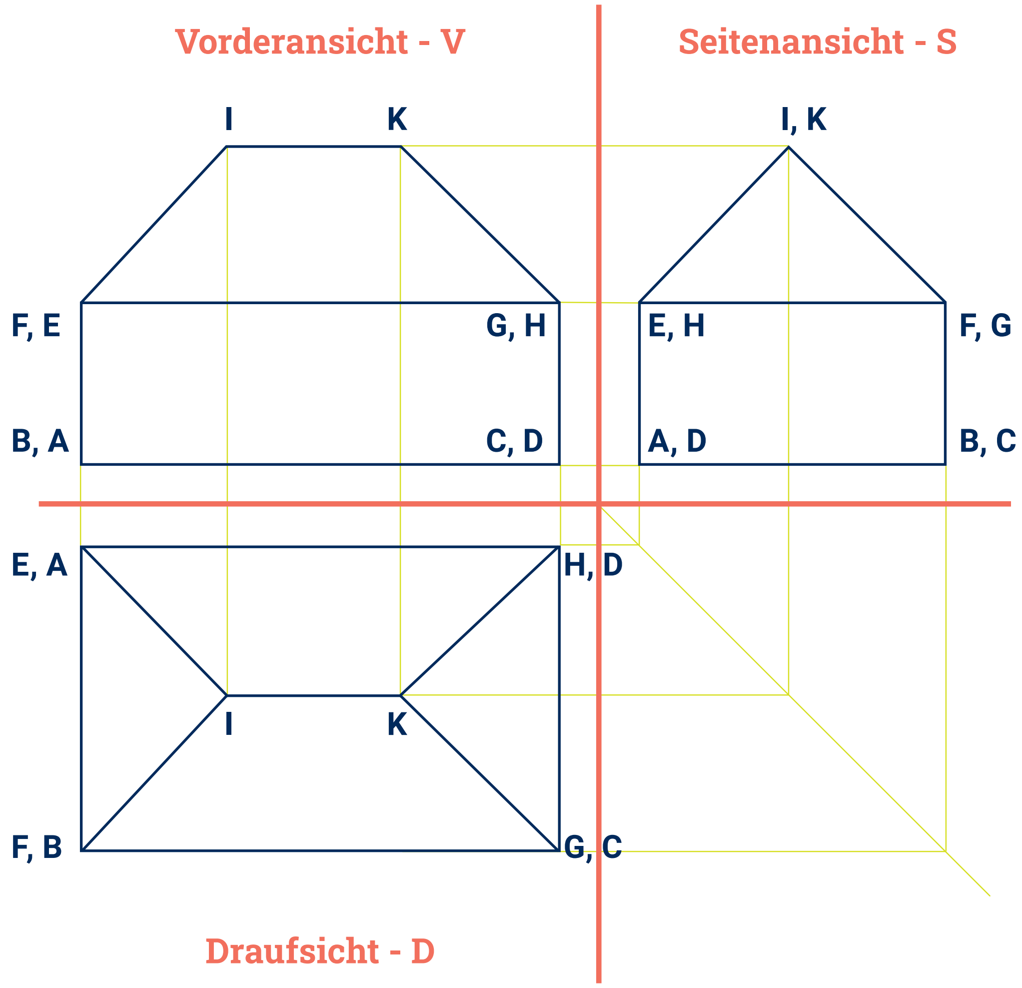
Anordnung von **V**orderansicht, **S**eitenansicht und **D**raufsicht:

Rissachsen

Die **Hilfslinien** sind zur besseren Unterscheidung **andersfarbig** dargestellt.

Beschriftung der Eckpunkte: Liegen in der DTP zwei Punkte auf dem gleichen Projektionsstrahl, dann wird der näher beim Betrachter liegende Punkt zuerst notiert und der entferntere als zweiter (z.B. bei Draufsicht: F, B).

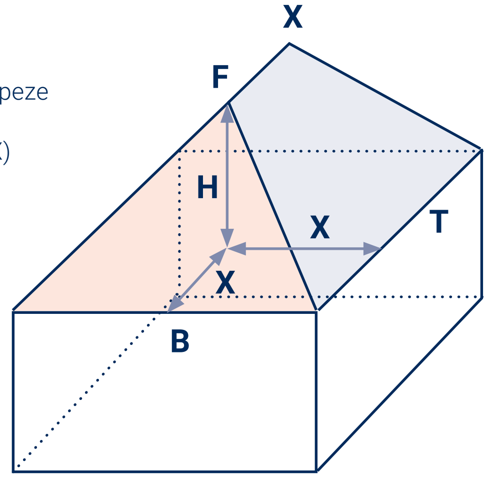




7.1.2. Berechnung der Firstlänge F

Vorüberlegungen:

Jedes **Walmdach** hat **vier Dachflächen.**
Zwei davon sind Dreiecke (rosa), die anderen beiden sind Trapeze (hellblau). Wegen der Dachbreite von 8,00 m und der überall gleichen Dachneigung beträgt das Sparrengrundmaß S_{gm} (=X) auch bei den beiden dreieckigen Dachflächen 4,00 m.

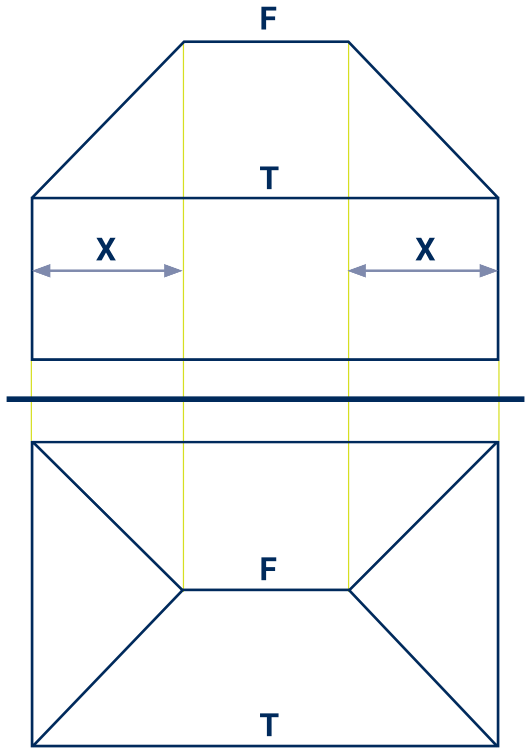


gegeben: T = 12,40 m (Trauflänge)
B = 8,00 m (Dachbreite)
X = 4,00 m (Sparrengrundmaß S_{gm})

gesucht: F

Lösung: F = T - 2 · X (oder: F = T − B)
F = 12,40 m − 2 · 4,00 m
F = 4,40 m

7.1.3. Berechnung der Gesamttrauflänge T_g



gegeben: T = 12,40 m (Trauflänge)
B = 8,00 m (Dachbreite)
X = 4,00 m (Sparrengrundmaß S_{gm})

gesucht: T_g

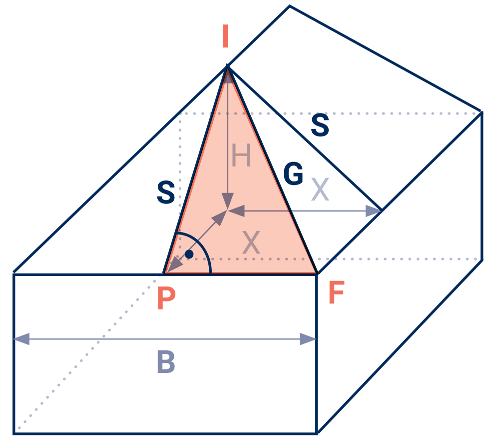
Lösung: $T_g = 2 \cdot (T + B)$
$T_g = 2 \cdot (12{,}40\ m + 8{,}00\ m)$
$\mathbf{T_g = 40{,}80\ m}$

7.1.4. Berechnung der Sparrenlänge S

gegeben: B = 8,00 m
X = 4,00 m
H = 4,00 m (Dachhöhe)

gesucht: S

Wichtige Formel! Möglichst einprägen!



Lösung: $S = \sqrt{X^2 + H^2}$
$S = \sqrt{(4{,}00\ m)^2 + (4{,}00\ m)^2}$
S = 5,66 m (5,6568542)

7.1.5. Berechnung der Gratlänge G

gegeben: B = 8,00 m
X = 4,00 m
H = 4,00 m (Dachhöhe)

gesucht: G

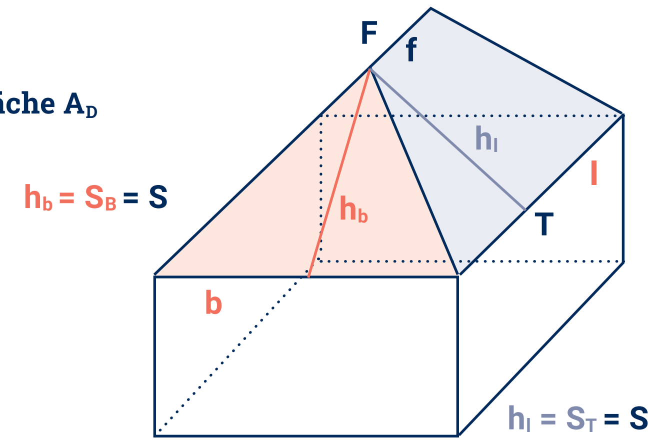
Wichtige Formel! Möglichst einprägen!

Lösung: $G = \sqrt{S^2 + X^2}$ (im rechtwinkligen Dreieck **PFI**)
$G = \sqrt{(5{,}6568...\ m)^2 + (4{,}00\ m)^2}$
G = 6,93 m (6,9282032)

7.1.6. Berechnung Größe der Dachfläche A_D

gegeben: T = 12,40 m
F = 4,40 m
B = 8,00 m
S = 5,6568… m

gesucht: A_D



Lösung:

$A_D = 2 \cdot \frac{l+f}{2} \cdot h_l + 2 \cdot \frac{b \cdot h_b}{2}$ ⟶ **Summe von 2 Trapezflächen + 2 Dreieckflächen**

$A_D = 2 \cdot \frac{T+F}{2} \cdot S_T + 2 \cdot \frac{B \cdot S_B}{2}$ ⟶ **Schreibweise mit Dachdeckersymbolen**

$A_D = 2 \cdot \frac{T+F}{2} \cdot S + 2 \cdot \frac{B \cdot S}{2}$ ⟶ **Am Walmdach mit gleicher Neigung gilt stets $S_T = S_B = S$**

$A_D = 2 \cdot \frac{12{,}40\,m + 4{,}40\,m}{2} \cdot 5{,}6568…\,m + 2 \cdot \frac{8{,}00\,m \cdot 5{,}6568…\,m}{2}$

$A_D = 2 \cdot 47{,}517575\,m^2 + 2 \cdot 22{,}627417\,m^2$

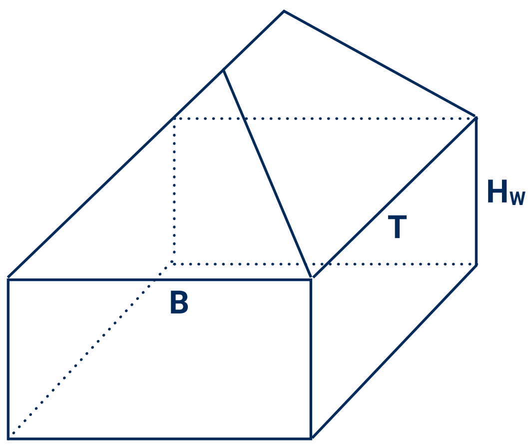
$\underline{\underline{A_D = 140\,m^2 \;\; (140{,}28998)}}$

PROBERECHNUNG A_D = Dachgrundfläche : cos (Neigungswinkel) - Siehe Teilaufgabe 7.1.9.

7.1.7. Berechnung Größe der Wandfläche A_{Wand}

gegeben: T = 12,40 m
B = 8,00 m
H_W = 4,20 m (Wandhöhe)

gesucht: A_{Wand}



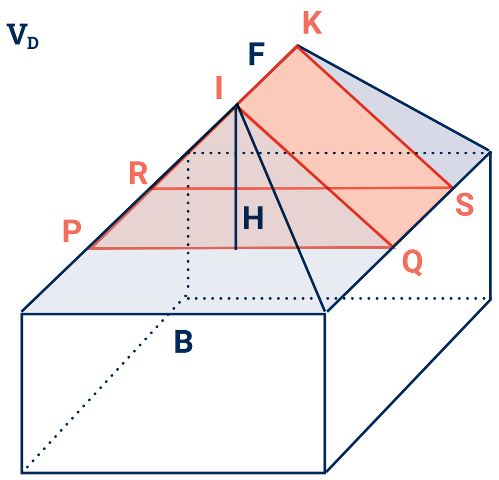
Lösung:
$A_{Wand} = u \cdot H_W$
$A_{Wand} = (2 \cdot T + 2 \cdot B) \cdot H_W$
$A_{Wand} = (2 \cdot 12{,}40\,m + 2 \cdot 8{,}00\,m) \cdot 4{,}20\,m$
$\underline{\underline{A_{Wand} = 171\,m^2 \;\; (171{,}36)}}$

HINWEIS
u = der Umfang des Gebäudes

7.1.8. Berechnung Größe des Dachvolumens V_D

Vorüberlegungen:

Wir „zerlegen" das Dach in drei Teile:
Ein Teil (rot) ist ein auf einer Seitenfläche liegendes **dreiseitiges Prisma PQIRSK**. Grundfläche dieses Prismas ist der Dachquerschnitt PQI.
Die zwei Dachteile davor und dahinter (hellblau) bilden gemeinsam eine **quadratische Pyramide** mit der Grundkante B und der Höhe H.



gegeben: H = 4,00 m
F = 4,40 m
B = 8,00 m

gesucht: V_D

Lösung:

$V_D = V_{Prisma} + V_{Pyramide}$

$V_D = A_{GPri} \cdot h_{Pri} + \frac{1}{3} \cdot A_{GPyr} \cdot h_{Pyr}$ ⟶ **Volumenformeln von Prisma bzw. Pyramide**

$V_D = \frac{g \cdot h_g}{2} \cdot h_{Pri} + \frac{1}{3} \cdot g^2 \cdot h_{Pyr}$ ⟶ **Volumenformeln für jeweiliger geometrischer Körper**

$V_D = \frac{B \cdot H}{2} \cdot F + \frac{1}{3} \cdot B^2 \cdot H$ ⟶ **Schreibweise mit Dachdeckersymbolen**

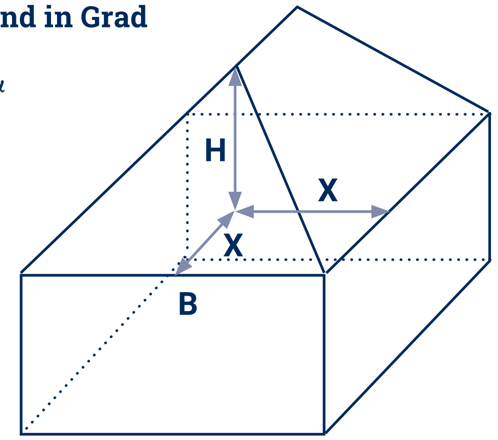
$V_D = \frac{8{,}00\,m \cdot 4{,}00\,m}{2} \cdot 4{,}40\,m + \frac{1}{3} \cdot (8{,}00\,m)^2 \cdot 4{,}00\,m$

$\underline{\underline{V_D = 156\,m^3 \;\; (155{,}73333)}}$

7.1.9. Berechnung Dachneigung in Prozent und in Grad

gegeben: D_h = 4,00 m ⟶ = **H**
S_{gm} = 4,00 m ⟶ = **X**

gesucht: D_N, α



Lösung:

$D_N = \frac{Dh}{Sgm} \cdot 100\%$ $\qquad$ $\tan\alpha = \frac{Dh}{Sgm}$

$D_N = \frac{4{,}00\,m}{4{,}00\,m} \cdot 100\%$ $\qquad$ $\tan\alpha = \frac{4{,}00\,m}{4{,}00\,m}$

$\underline{D_N = 100\%}$ $\qquad$ $\tan\alpha = 1 \longrightarrow \underline{\alpha = 45^\circ}$

Wenn D_N = 100%, dann ist tan α = 1

HINWEIS
Zum Thema Berechnung von Dachneigungen findet man im **Kapitel 2** und **Kapitel 3** grundlegende Ausführungen.

Ergänzung zu Teilaufgabe 7.1.6. - Probe für Gesamtdachfläche A_D über Dachneigung α jetzt möglich

PROBERECHNUNG

$A_D = \frac{\text{Dachgrundfläche}}{\text{cos Dachneigung}}$

$A_D = \frac{T \cdot B}{\cos\alpha}$

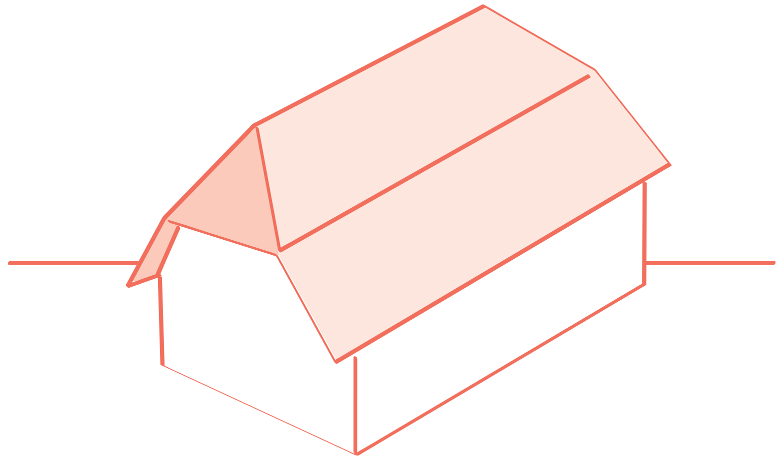
$A_D = \frac{12{,}40\,m \cdot 8{,}00\,m}{\cos 45^\circ}$

$\underline{\underline{A_D = 140\,m^2 \;\; (140{,}28998)}}$

Landesinnungsverband des Dachdeckerhandwerks Sachsen

Arbeit und Leben

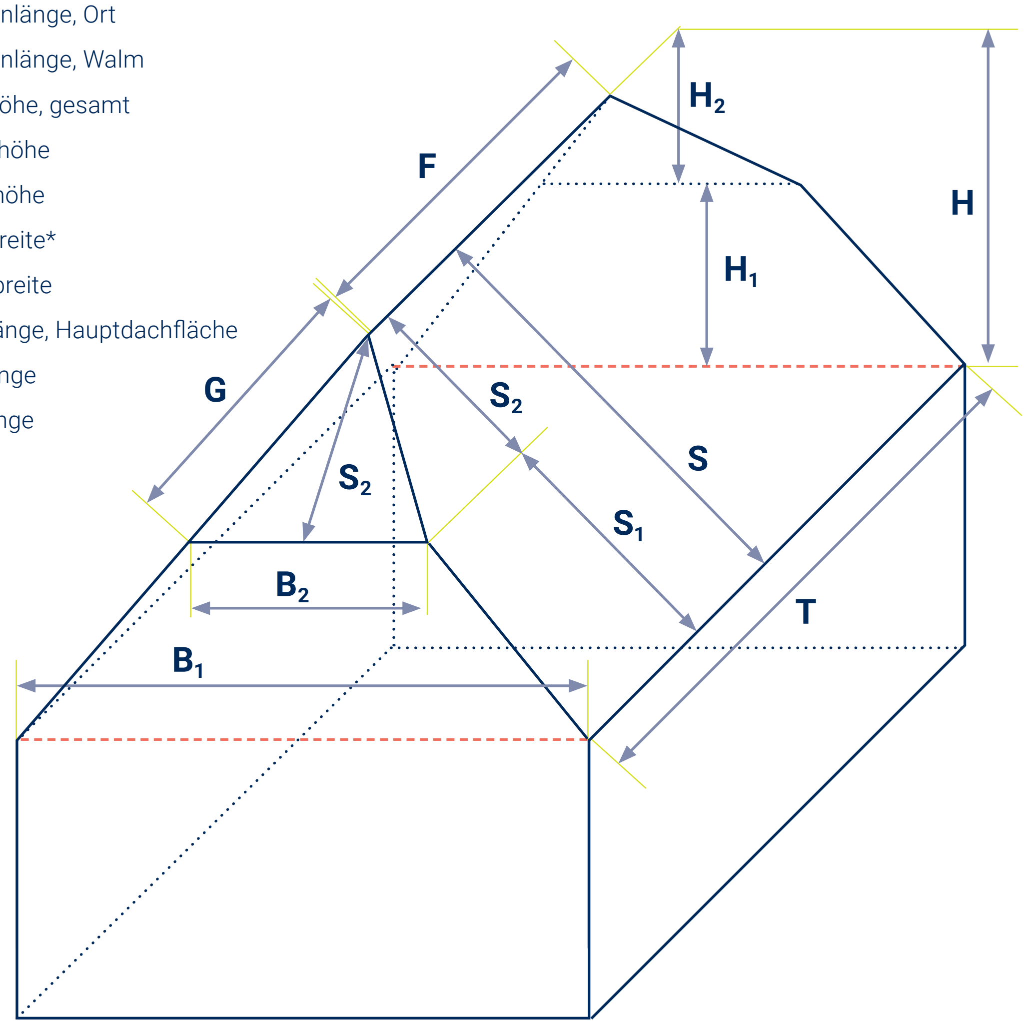
7.2. Berechnungen am Krüppelwalmdach



Verwendete Symbolik

Folgende Symbole werden für die anschließenden Berechnungen verwendet:

S	Sparrenlänge, gesamt
S_1	Sparrenlänge, Ort
S_2	Sparrenlänge, Walm
H	Dachhöhe, gesamt
H_1	Giebelhöhe
H_2	Walmhöhe
B_1	Dachbreite*
B_2	Walmbreite
T	Trauflänge, Hauptdachfläche
F	Firstlänge
G	Gratlänge



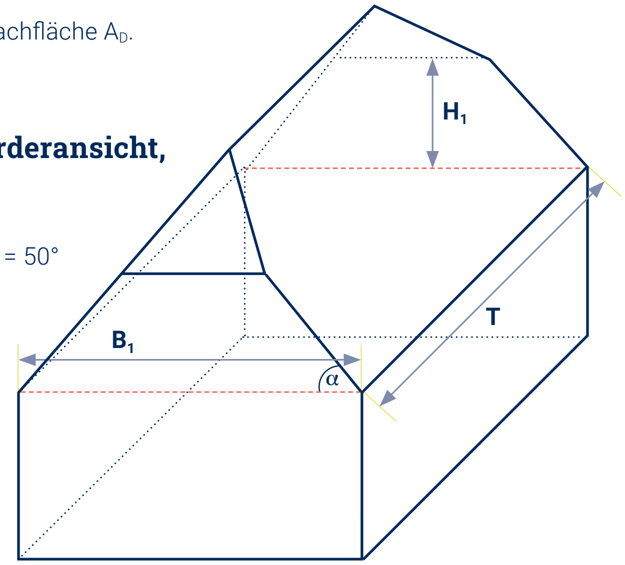
HINWEIS
Die **Hilfslinien** sind zur besseren Unterscheidung **andersfarbig** dargestellt.

**Dies ist keine Kante! Deshalb als rote, gestrichelte Hilfslinie gezeichnet.*

Beispielaufgabe – Aufgabenstellung

Das abgebildete Haus hat ein Krüppelwalmdach mit gleicher Neigung D_N.
Die Dachbreite B_1 beträgt 8,00 m. Die Trauflänge T ist 12,40 m und die Dachneigung entspricht D_N 50°
Die Gibelhöhe H_1 beträgt 3,00 m und die Wandhöhe H_W ist 4,20 m.

1. Skizziere ein Dreitafelbild des gesamten Hauses: Vorderansicht, Draufsicht und Seitenansicht.
2. Berechne die Höhen H und H_2.
3. Berechne die Walmbreite B_2.
4. Berechne die Sparrenlängen S, S_1, S_2.
5. Berechne Firstlänge F und Gratlänge G.
6. Berechne die Gesamttrauflänge T_g und die Dachfläche A_D.
7. Berechne das Gesamtdachvolumen V_D.

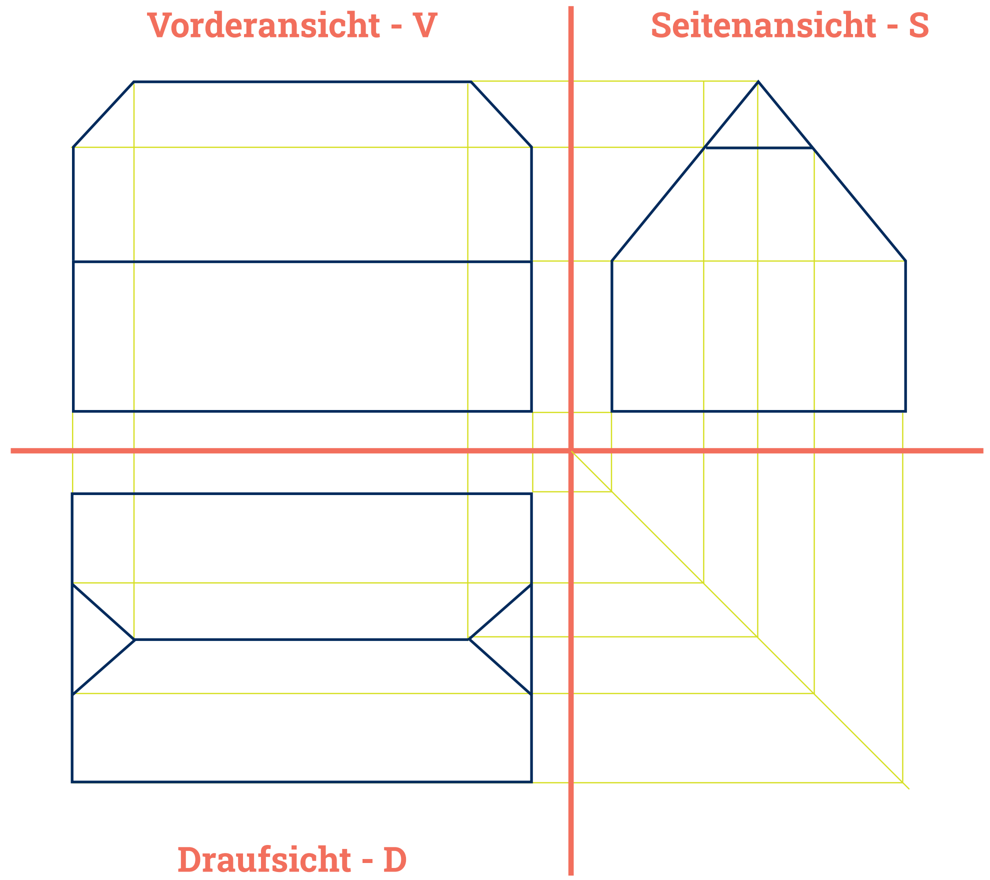


7.2.1. Dreitafelbild des Gebäudes (Vorderansicht, Seitenansicht und Draufsicht)

gegeben: B_1 = 8,00 m T = 12,40 m D_N = 50°
H_1 = 3,00 m H_W = 4,20 m

gesucht: $\begin{array}{c|c} \textbf{V} & \textbf{S} \\ \hline \textbf{D} & \end{array}$

Lösung:



7.2.2. Berechnungen der Höhen

gegeben: $H_1 = 3{,}00\,m$ $\quad D_N = \alpha = 50°$

$B_1 = 8{,}00\,m$ $\quad X = \frac{B_1}{2}\ (= S_{gm})$

gesucht: H, H_2

Lösung:

$\tan\alpha = \frac{H}{X}$ $\qquad | \cdot X$

$\tan\alpha \cdot X = H$ $\qquad |$ Seiten vertauschen

$H = \tan\alpha \cdot X$

Wichtige Formel! Bitte merken!

$H = \tan 50° \cdot 4{,}00\,m$

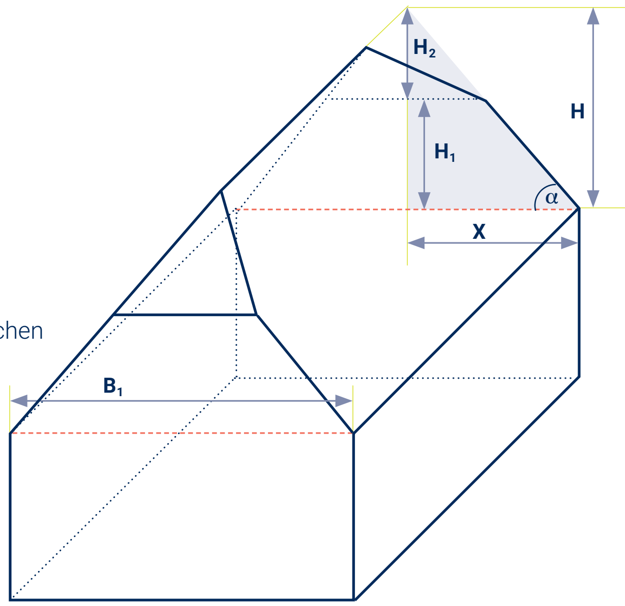
$H = 1{,}1917536 \cdot 4{,}00\,m$

$\underline{\underline{H = 4{,}77\,m \quad (4{,}7670144)}}$

$H_2 = H - H_1$

$H_2 = 4{,}7670...\,m - 3{,}00\,m$

$\underline{\underline{H_2 = 1{,}77\,m \quad (1{,}7670144)}}$



7.2.3. Berechnungen der Walmbreite

gegeben: $H_1 = 3{,}00\,m$ $\quad D_N = \alpha = 50°$

$B_1 = 8{,}00\,m$

gesucht: B_2, X_1 $(= S_{1gm})$

Lösung:

$B_2 = B_1 - 2 \cdot X_1$

$\tan\alpha = \frac{H_1}{X_1}$ $\qquad | \cdot X_1$

$\tan\alpha \cdot X_1 = H_1$ $\qquad | : \tan\alpha$

$X_1 = \frac{H_1}{\tan\alpha}$

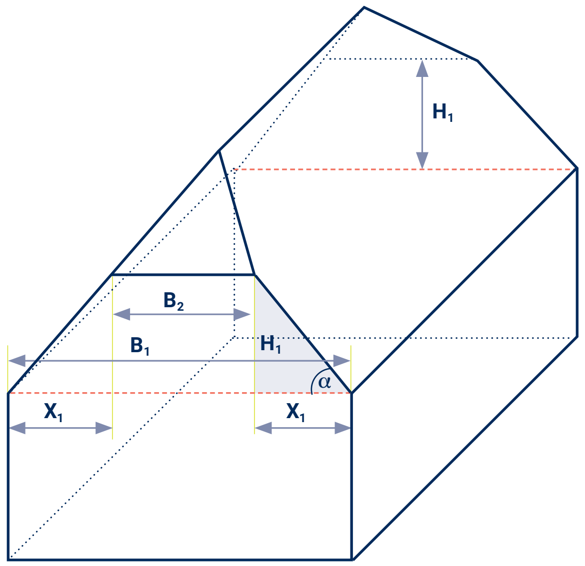
$X_1 = \frac{3{,}00\,m}{\tan 50°}$

$X_1 = \frac{3{,}00\,m}{1{,}1917...}$

$\underline{\underline{X_1 = 2{,}52\,m \quad (2{,}5172989)}}$

$B_2 = 8{,}00\,m - 2 \cdot 2{,}5172...\,m$

$\underline{\underline{B_2 = 2{,}97\,m \quad (2{,}9654022)}}$



7.2.4. Berechnungen der Sparrenlängen

gegeben: $X = 4{,}00\,m$ $\quad X_1 = 2{,}5172...\,m$

$H = 4{,}7670...\,m$ $\quad H_1 = 3{,}00\,m$

gesucht: S, S_1, S_2

Lösung:

$S = \sqrt{X^2 + H^2}$

$S = \sqrt{(4{,}00\,m)^2 + (4{,}7670...\,m)^2}$

$\underline{\underline{S = 6{,}22\,m \quad (6{,}2228953)}}$

$S_1 = \sqrt{X_1^2 + H_1^2}$

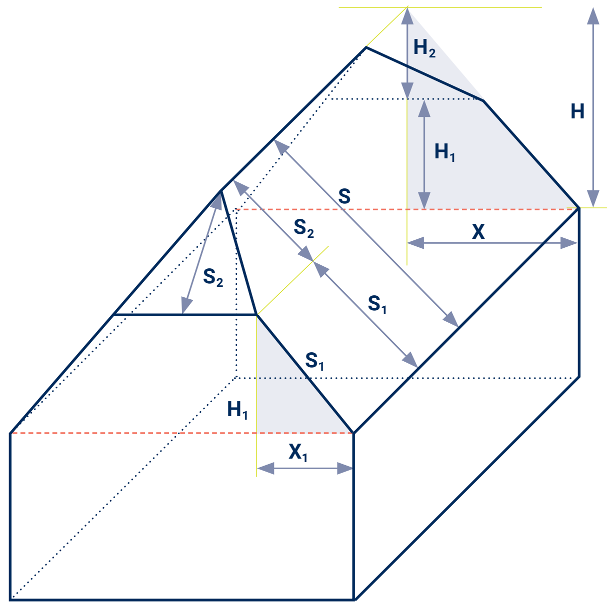
$S_1 = \sqrt{(2{,}5172...\,m)^2 + (3{,}00\,m)^2}$

$\underline{\underline{S_1 = 3{,}92\,m \quad (3{,}9162219)}}$

$S_2 = S - S_1$

$S_2 = 6{,}2228...\,m - 3{,}9162...\,m$

$\underline{\underline{S_2 = 2{,}31\,m \quad (2{,}3066735)}}$



7.2.5. Berechnungen der First- und Gratlänge

gegeben: $T = 12{,}40\,m$ $\quad S_2 = 2{,}3066...\,m$

$B_2 = 2{,}9654...\,m$

gesucht: F, G, X_2 $(= S_{gm})$

Lösung:

$F = T - 2 \cdot X_2$

$X_2 = \frac{B_2}{2}$

$X_2 = \frac{2{,}9654....\,m}{2}$

$\underline{\underline{X_2 = 1{,}48\,m \quad (1{,}4827011)}}$

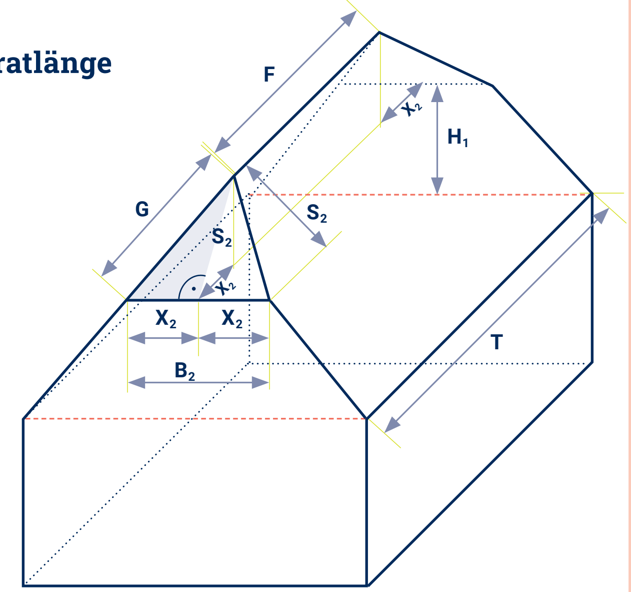
$F = 12{,}40\,m - 2 \cdot 1{,}4827...\,m$

$\underline{\underline{F = 9{,}43\,m \quad (9{,}4345978)}}$

$G = \sqrt{X_2^2 + S_2^2}$

$G = \sqrt{(1{,}4827...\,m)^2 + (2{,}306...\,m)^2}$

$\underline{\underline{G = 2{,}74\,m \quad (2{,}7421059)}}$

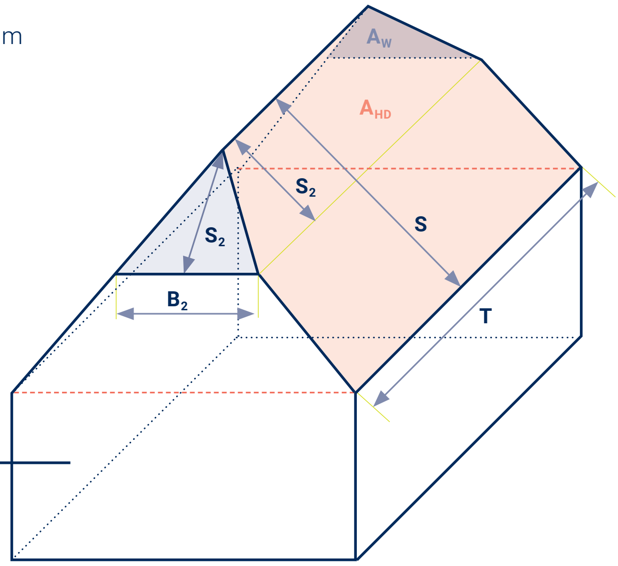


7.2.6. Berechnungen der Gesamttrauflänge T_g und der Dachfläche A_D

gegeben: T = 12,40 m B₂ → B_2 = 2,9654... m
S = 6,2228... m S_2 = 2,3066... m

gesucht: T_g, A_D

Lösung:
$T_g = 2 \cdot T + 2 \cdot B_2$
$T_g = 2 \cdot 12{,}40\,m + 2 \cdot 2{,}9654...m$
$\underline{\underline{T_g = 30{,}72\,m \quad (30{,}730804)}}$



Überlegung zur Dachfläche A_D:

Ein **Krüppelwalmdach** besteht aus **zwei Walmflächen.**
Hier in der Skizze sind sie gekennzeichnet durch die beiden hellblauen **Dreiecke vorn und hinten** mit dem Flächeninhalt A_W und den **zwei großen Hauptdachflächen A_{HD}**, das sind die zwei großen Rechtecke (rosa) über den Traufen T mit jeweils links oben und rechts oben „abgeschnittenen Ecken". Die beiden abgeschnittenen Ecken haben zusammen den gleichen Flächeninhalt wie eine Walmfläche.

Lösung:

$$A_D = 2 \cdot A_W + 2 \cdot A_{HD}$$

$$A_D = 2 \cdot A_{Walm} + 2 \cdot (A_{Rechteck} - A_{Walm})$$

$$A_D = 2 \cdot \frac{B_2 + S_2}{2} + 2 \cdot \left(T \cdot S - \frac{B_2 + S_2}{2}\right)$$

$$A_D = 2 \cdot \frac{2{,}9654...m + 2{,}3066...m}{2} + 2 \cdot \left(12{,}40\,m \cdot 6{,}2228...m - \frac{2{,}9654...m + 2{,}3066...m}{2}\right)$$

$$A_D = 2 \cdot 2{,}6360379\,m^2 + 2 \cdot 74{,}527864\,m^2$$

$$\underline{\underline{A_D = 154{,}33\,m^2 \quad (154{,}3278)}}$$

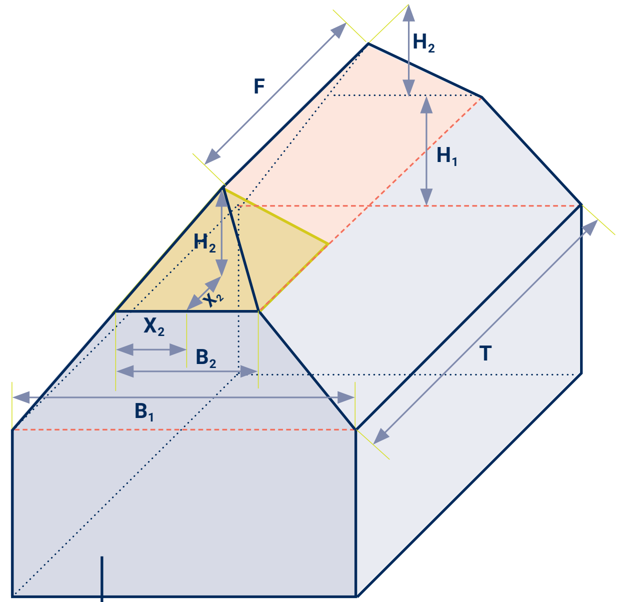
7.2.7. Berechnungen des Dachvolumens V_D

gegeben: B_1 = 8,40 m B_2 = 2,9654... m
H_1 = 3,00 m H_2 = 1,7670... m
T = 12,40 m F = 9,4345... m

gesucht: V_D

Vorüberlegung:

Wir „zerlegen„ den Dachraum in drei Teile:
Der erste Teil (unten) ist ein auf einer Seite liegendes **Prisma**. Seine Grundfläche ist die vordere Giebelfläche – ein **Trapez** (hellblau). Den oberen Teil (rosa) unterteilen wir wie ein „echtes" Walmdach im Abschnitt 7.1.8. zum einen in ein auf der Seite liegendes **dreiseitiges Prisma** mit der Höhe F und zum anderen in eine **quadratische Pyramide** mit der Grundkante B2 und der Höhe H2.



Lösung:

$$V_D = V_{trapezförmigesPrisma} + V_{dreiseitigesPrisma} + V_{quadatischePyramide}$$

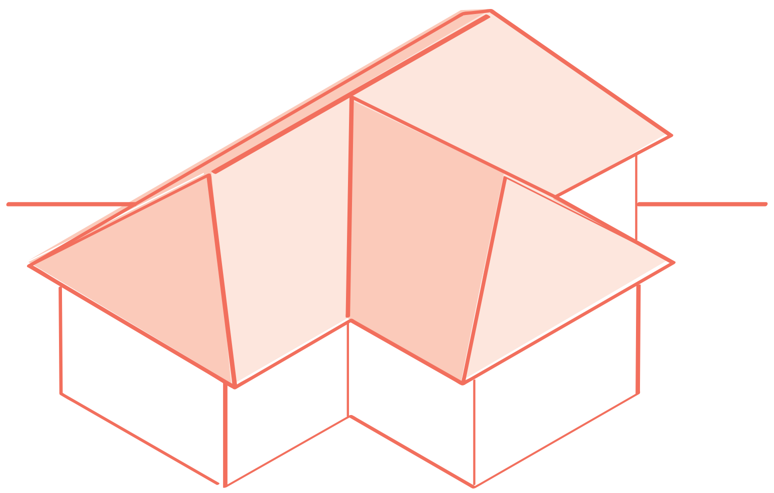
$$V_D = \frac{B_1 + B_2}{2} \cdot H_1 \cdot T + \frac{B_2 + H_2}{2} \cdot F + \frac{1}{3} \cdot {B_2}^2 \cdot H_2$$

$$V_D = \frac{8{,}00\,m + 2{,}9654...\,m}{2} \cdot 3{,}00\,m \cdot 12{,}40\,m + \frac{2{,}9654...\,m \cdot 1{,}7670...\,m}{2} \cdot 9{,}4345...\,m + \frac{1}{3} \cdot (2{,}9654...\,m)^2 \cdot 1{,}7670...\,m$$

$$V_D = 203{,}95648\,m^3 + 24{,}718214\,m^3 + 5{,}1794786\,m^3$$

$$\underline{\underline{V_D = 234\,m^3 \quad (233{,}85417)}}$$

7.3. Berechnungen am zusammengesetzten Dach (mit gleicher Neigung)



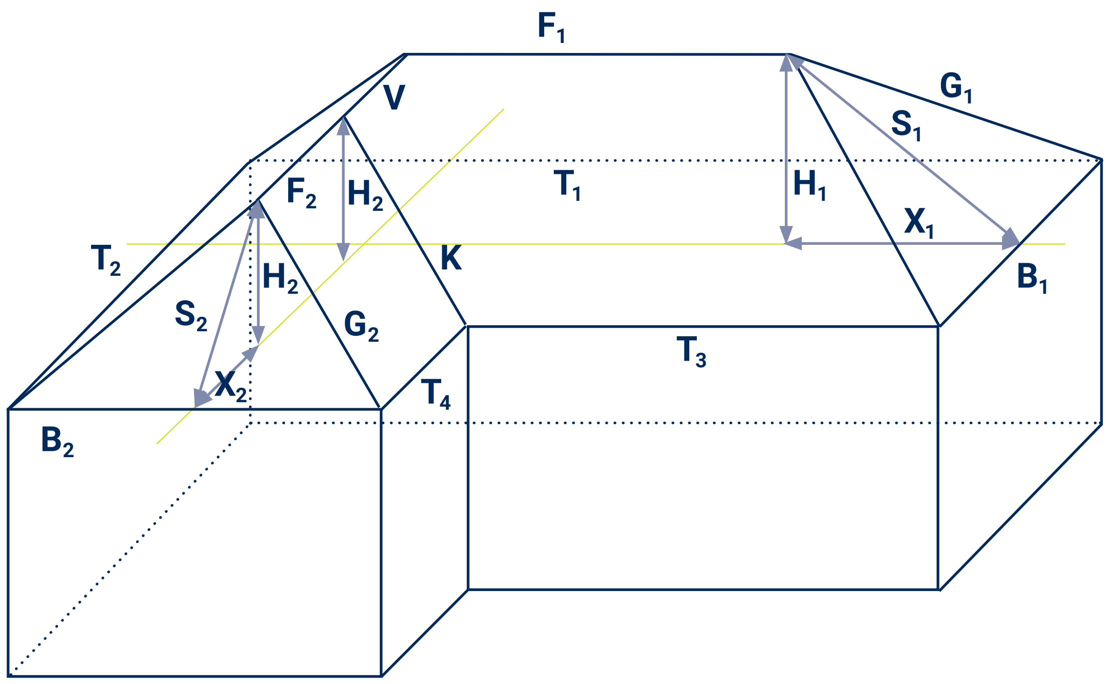
Verwendete Symbolik

Alle für den **Hauptbau hinten, quer** verwendeten Symbole erhalten den **Index 1**,
die für den **Anbau vorn, links** verwendeten Symbole den **Index 2** (siehe z.B. Dachbreiten).

Folgende Symbole werden u. a. in anschließenden Skizzen und Berechnungen verwendet:

B_1	Dachbreite, Hauptbau	B_2	Dachbreite, Anbau
T_1	Trauflänge, Hauptbau	T_3	kurze Trauflänge, Hauptbau
F_1	Firstlänge, Hauptbau	X_2	Sparrengrundmaß, Anbau
H_1	Dachhöhe, Hauptbau	S_2	Sparrenlänge, Anbau
G_2	Gratlänge, Anbau	V	Verfallgrat
K	Kehle		

HINWEIS
Die **Hilfslinien** sind zur besseren Unterscheidung **andersfarbig** dargestellt.



Beispielaufgabe – Aufgabenstellung

Dieses Schulhaus mit niedrigerem Anbau hat zwei Walmdächer mit gleicher Dachneigung D_N.
Die Dachbreite B_1 beträgt 11,80 m. Die Trauflänge T_1 ist 21,20 m und die Dachneigung entspricht D_N 38°
Die Dachbreite B_2 beträgt 9,40 m und die Trauflänge T_2 ist 17,60 m.

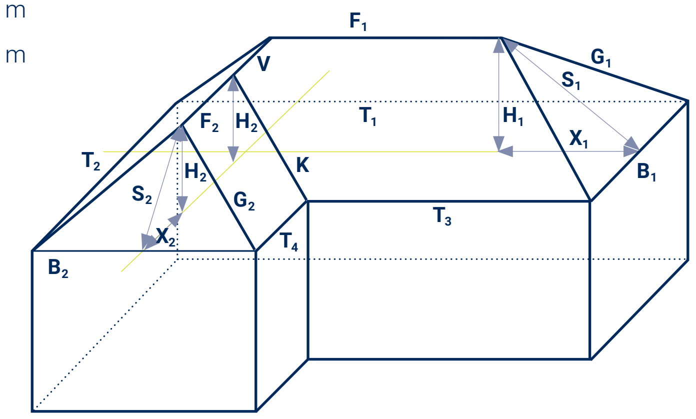
1. Berechne Sparrengrundmaße, Länge der kurzen Traufen und Firstlängen
2. Berechne die Dachhöhen, Sparrenlängen und Gratlängen
3. Berechne die Länge des Verfallgrates V

HINWEIS
Hier steht auch rationelles Arbeiten im Vordergrund. Deshalb werden berechnete Werte im Rechner belassen und gleich für den nächsten Schritt im Rechner verwendet.
Die Kenntnis der wichtigsten Formeln (siehe Kapitel 7.1. und 7.2.) wird vorausgesetzt.

7.3.1. Berechung der Sparrengrundmaße, Länge der kurzen Traufen und Firstlängen

gegeben: $B_1 = 11{,}80\,m$ $\quad T_1 = 21{,}20\,m$
$B_2 = 9{,}40\,m$ $\quad T_2 = 17{,}60\,m$

gesucht: $X_1, X_2, T_3, T_4, F_1, F_2$



Lösung:

$$X_1 = \frac{B_1}{2}$$

$$X_1 = \frac{11{,}80\,m}{2}$$

$$\mathbf{X_1 = 5{,}90\,m}$$

$$X_2 = \frac{B_2}{2}$$

$$X_2 = \frac{9{,}40\,m}{2}$$

$$\mathbf{X_2 = 4{,}70\,m}$$

$T_3 = T_1 - B_2$
$T_3 = 21{,}20\,m - 9{,}40\,m$
$\mathbf{T_3 = 11{,}80\,m}$

$T_4 = T_2 - B_1$
$T_4 = 17{,}60\,m - 11{,}80\,m$
$\mathbf{T_4 = 5{,}80\,m}$

$F_1 = T_1 - B_1$
$F_1 = 21{,}20\,m - 11{,}80\,m$
$\mathbf{F_1 = 9{,}40\,m}$

$F_2 = T_2 - B_2$ wäre falsch, da F_2 ja kürzer ist als $T_2 - B_2$
→ **Weil G_2 parallel zu K, deshalb ist $F_2 = T_4$!**
$\mathbf{F_2 = 5{,}80\,m}$

7.3.2. Berechnung der Dachhöhen, Sparrenlängen und Gratlängen

gegeben: $X_1 = 5{,}90\,\text{m}$ $\quad D_N = \alpha = 38°$ $\quad$ **gesucht:** $H_1, H_2, S_1, S_2, G_1, G_2$

$X_2 = 4{,}70\,\text{m}$

Lösung:

$H_1 = \tan\alpha \cdot X_1$

$H_1 = \tan 38° \cdot 5{,}90\,\text{m}$

$H_1 = 0{,}78128 \cdot 5{,}90\,\text{m}$

$\underline{\underline{\mathbf{H_1 = 4{,}61\,m} \quad (\mathbf{4{,}6095852})}}$

$H_2 = \tan\alpha \cdot X_2$

$H_2 = \tan 38° \cdot 4{,}70\,\text{m}$

$H_2 = 0{,}78128 \cdot 4{,}70\,\text{m}$

$\underline{\underline{\mathbf{H_2 = 3{,}67\,m} \quad (\mathbf{3{,}6720424})}}$

Im Rechner belassen für die folgende Rechnung!

$S_1 = \sqrt{H_1^2 + X_1^2}$

$S_1 = \sqrt{(4{,}6095...\,\text{m})^2 + (5{,}90\,\text{m})^2}$

$\underline{\underline{\mathbf{S_1 = 7{,}49\,m} \quad (\mathbf{7{,}4872074})}}$

$S_2 = \sqrt{H_2^2 + X_2^2}$

$S_2 = \sqrt{(3{,}6720...\,\text{m})^2 + (4{,}70\,\text{m})^2}$

$\underline{\underline{\mathbf{S_2 = 5{,}96\,m} \quad (\mathbf{5{,}9643856})}}$

Im Rechner belassen für die folgende Rechnung!

$G_1 = \sqrt{S_1^2 + X_1^2}$

$G_1 = \sqrt{(7{,}4872...\,\text{m})^2 + (5{,}90\,\text{m})^2}$

$\underline{\underline{\mathbf{G_1 = 9{,}53\,m} \quad (\mathbf{9{,}5324852})}}$

$G_2 = \sqrt{S_2^2 + X_2^2}$

$G_2 = \sqrt{(5{,}9643...\,\text{m})^2 + (4{,}70\,\text{m})^2}$

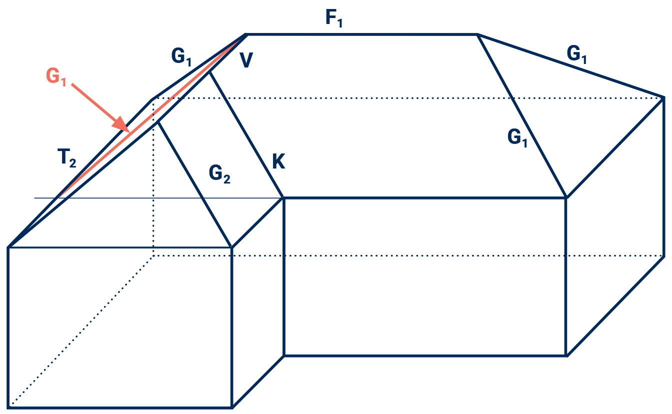
$\underline{\underline{\mathbf{G_2 = 7{,}59\,m} \quad (\mathbf{7{,}5936747})}}$

7.3.3. Berechnung der Länge des Verfallgrates V

Vorüberlegung:

Wir **„verlängern„ den Verfallgrat V gedanklich bis zur Traufe T_2** und machen uns bewusst, dass dies ja dann einer der 4 Grate G_1 des Hauptdaches ist. Der Teil dieser **Linie G_1** (rosa), um die wir V verlängert haben, ist aber genauso lang wie die Kehle K.

Und es ist $K = G_2$ **also gilt $G_1 = G_2 + V$**



gegeben: $G_1 = 7{,}4872...\,\text{m}$

$G_2 = 5{,}9643...\,\text{m}$

gesucht: V

Lösung:

$V = G_1 - G_2$

$V = 7{,}4872...\text{m} - 5{,}9643...\text{m}$

$\underline{\underline{\mathbf{V = 1{,}94\,m} \quad (\mathbf{1{,}9388105})}}$

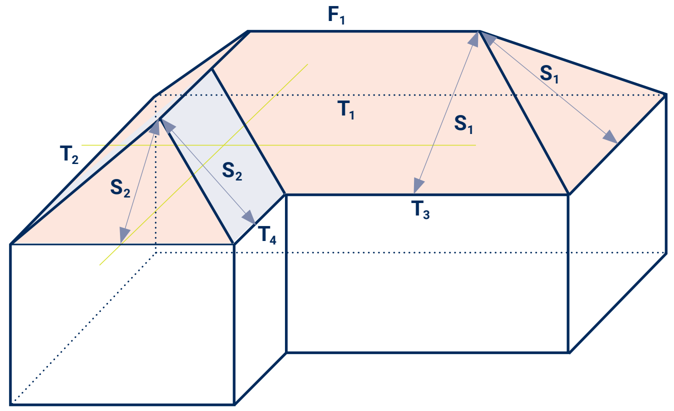
7.3.4. Berechnung der Dachfläche

gegeben: $T_1 = 21{,}20\,\text{m}$ $\quad B_1 = 11{,}80\,\text{m}$

$F_1 = 9{,}40\,\text{m}$ $\quad T_4 = 5{,}80\,\text{m}$

$S_1 = 7{,}487...\,\text{m}$ $\quad S_2 = 5{,}964...\,\text{m}$

gesucht: A_D



Voriiberlegung:

Wir „zerlegen" das Dach gedanklich in zwei Teile:
Teil 1 ist das Dach des Hauptgebäudes einschließlich des Walms vom Anbau (rosa). So entsteht ein vollständiges Walmdach. **Teil 2** sind die beiden Seitenflächen des Anbaudaches (hellblau) – zwei Parallelogramme.

Lösung:

$A_D = A_{Hauptdach} + 2 \cdot A_{Seitenflächenanbaudach}$

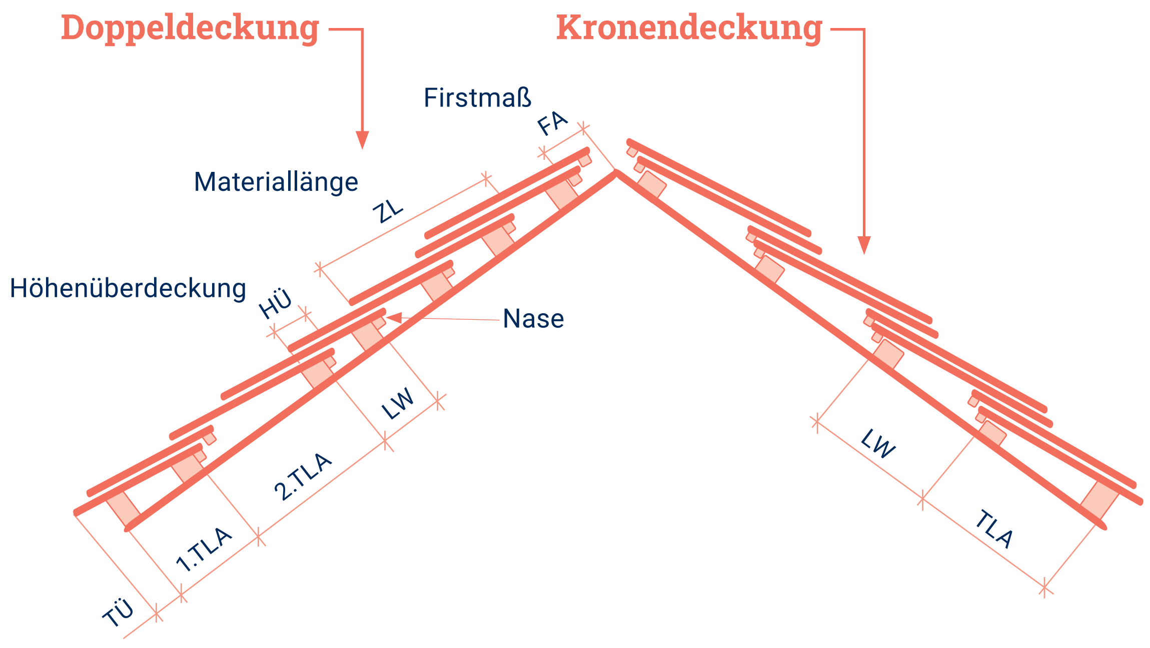
$A_D = 2 \cdot \dfrac{T_1 + F_1}{2} \cdot S_1 + 2 \cdot \dfrac{B_1 \cdot S_1}{2} + 2 \cdot T_4 \cdot S_2$

$A_D = 2 \cdot \dfrac{21{,}20\,\text{m} + 9{,}40\,\text{m}}{2} \cdot 7{,}487...\text{m} + 2 \cdot \dfrac{11{,}80\,\text{m} \cdot 7{,}487...\,\text{m}}{2} + 2 \cdot 5{,}80\,\text{m} \cdot 5{,}964...\,\text{m}$

$A_D = 2 \cdot 114{,}55427\,\text{m}^2 + 2 \cdot 44{,}174524\,\text{m}^2 + 2 \cdot 34{,}593463\,\text{m}^2$

$\underline{\underline{\mathbf{A_D = 386{,}64\,m^2} \quad (\mathbf{386{,}64446})}}$

7.4. Berechnungen von Lattenweiten



Grafikvorlage für Abbildung aus Fugmann, Pelikan „Mathematik für Dachdecker" 1999, S. 104

Verwendete Symbolik

Folgende Symbole werden bei den anschließenden Erläuterungen und Berechnungen verwendet.

$HÜ_{min}$	**Mindestmaß** für die Höhenüberdeckung
$HÜ_{tats}$	**tatsächliche** Höhenüberdeckung
ZL	(Ziegel-) Materiallänge
FA	Firstmaß
TLA	Trauflattenabstand
TÜ	Traufüberstand
LW_{max}	**maximale** Lattweite
LW_{tats}	**tatsächliche** Lattweite
SR	Sparrenrestlänge
LR	Anzahl der Lattenreihen

7.4.1. Grundbegriffe und Erläuterungen

Die optimale Lattweite LW_{opt} und die Anzahl der Lattreihen LR der einzelnen Dachteile werden ermittelt mithilfe von:

- Werten aus Tabellen
- Entsprechenden Berechnungen

Die beiden Größen LW_{opt} und L_R sind abhängig von:

- Der jeweiligen Sparrenlänge
- Der Länge des zum Eindecken genutzten Materials
- Der vorliegenden Dachneigung
- Der genutzten Deckungsart
- Dem Ausbau des Firstes und
- Dem geplanten Traufüberstand

Werte aus Tabellen

Dachneigung	Mindestmaß für Höhenüberdeckung $HÜ_{min}$
über 60°	50 mm
über 45°	60 mm
über 40°	70 mm
über 35°	80 mm
bis 35°	90 mm

Quelle: „Fachregeln des Dachdeckerhandwerkes"
Gilt für Doppel- und bei Kronendeckung bei Verwendung von Biberschwanzziegeln.

Ziegelart	Firstmaß FA bei der Firstausbauart …*	
	Mörteldeckung	Trockenfirst
Plattenziegel	etwa 10 cm	etwa 8 cm
Falzziegel	etwa 2 cm	etwa 4 cm

** In der Regel 8 cm verwenden. Die anderen Maße spielen bei Spezialfällen eine Rolle.*

7.4.2. Schritte & Formeln zur Berechnung der Anzahl der Lattreihen und Lattweite

	Beschreibung	...Doppeldeckung	... Kronendeckung
1.	**maximale Lattweite LW_{max}** = der höchstzulässige Traglattenabstand	$LW_{max} = \frac{ZL - HÜ_{min}}{2}$	$LW_{max} = ZL - HÜ_{min}$
2.	**Trauflattenabstand TLA_1 bzw. TLA** = der Abstand der 1. Latte von der Vorderkante des Sparrens	$TLA_1 = ZL - TÜ - 2 \cdot Nase$	$TLA = ZL - TÜ - 1 \cdot Nase$ bei Verwendung von Falzziegeln $TLA = ZL - TÜ - 2 \cdot Nase$ bei Verwendung von Plattenziegeln
3.	**Restsparrenlänge SR** = die aufzuteilende Sparrenlänge, die nach Abzug von TLA , FA und Nase verbleibt	$SR = S - TLA_1 - FA - Nase$	$SR = S - TLA - FA$
4.	**Anzahl der Lattreihen LR** = die Anzahl der auf dem verbleibenden Restsparren zu erstellenden Lattreihen	$LR = \frac{SR}{LW_{max}}$ Das Ergebnis LR wird - ohne Beachtung der Rundungsregeln - stets aufgerundet!	
5.	**optimale Lattweite LW_{opt} (und TLA_2)** = der errechnete Abstand der Traglatten	$LW_{opt} = \frac{SR}{LR}$ Jetzt TLA_2 berechnen: $TLA_2 = LW_{opt} + Nase$	$LW_{opt} = \frac{SR}{LR}$
6.	**tatsächliche Höhenüberdeckung $HÜ_{tats}$** Zur Kontrolle: $HÜ_{tats}$ darf $HÜ_{min}$ aus Tabelle nicht unterschreiten!	$HÜ_{tats} = ZL - 2 \cdot LW_{opt}$	$HÜ_{tats} = ZL - 2 \cdot LW_{opt}$

7.4.3. Beispiel für eine Lattweitenberechnung Deckungsart Doppeldeckung

gegeben: DN = 46° S = 2,00 m Biberschwanz (Plattenziegel) 18/38
TÜ = 5 cm Nase = 4 cm

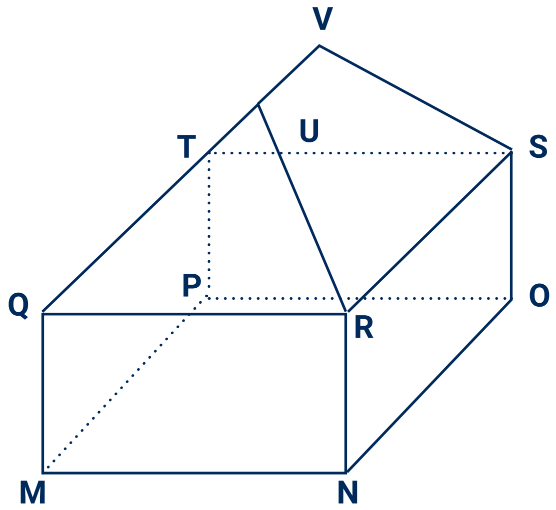
Schritt	Berechnung	Bemerkung
1. Maximale Lattweite LW_{max} $LW_{max} = \frac{ZL - HÜ_{min}}{2}$	$LW_{max} = \frac{38\text{ cm} - 6\text{ cm}}{2} = \underline{\underline{16\text{ cm}}}$	$HÜ_{min}$ = **6 cm** aus der Tabelle!
2. Trauflattenabstand Berechnung TLA_2 später! $TLA_1 = ZL - TÜ - 2 \cdot Nase$	$TLA_1 = 38\text{ cm} - 5\text{ cm} - 2 \cdot 4\text{ cm} = \underline{\underline{25\text{ cm}}}$	Nase ist stets **4 cm** lang!
3. Aufzuteilende Restsparrenlänge $SR = S - TLA_1 - TFA - 1 \cdot Nase$	$SR = 200\text{ cm} - 25\text{ cm} - 8\text{ cm} - 4\text{ cm} = \underline{\underline{163\text{ cm}}}$	FA von **8 cm** aus der Tabelle für Firstmaße
4. Anzahl der Lattreihen $LR = \frac{SR}{LW_{max}}$	$LR = \frac{163\text{ cm}}{16\text{ cm}} = \underline{\underline{10{,}19\text{ cm}}}$ $(10{,}1875)$	Aufrunden! Hier auf **11**!
5. Optimale Lattweite $LW_{opt} = \frac{SR}{LR} \cdot (TLA_2)$	$LW_{opt} = \frac{163\text{ cm}}{11} = \underline{\underline{14{,}8\text{ cm}}}$ $(14{,}8181...)$	Jetzt **TLA_2** berechnen TLA2 = 14,80 cm + 4 cm = **18,8 cm**
6. Tatsächliche Höhenüberdeckung $HÜ_{tats} = ZL - 2 \cdot LW_{opt}$	$HÜ_{tats} = 38\text{ cm} - 2 \cdot 14{,}8\text{ cm} = \underline{\underline{8{,}4\text{ cm}}}$	Kontrolle, ob $HÜ_{tats} \geq HÜ_{min}$ **OK**, denn 8,4 cm ≥ 6 cm

HINWEIS
Wenn nicht anders angegeben, erfolgen Maßangaben bei Skizzen stets in Meter.

Übungen

Aufgabe 7.1.

Das abgebildete Haus hat ein Walmdach mit gleicher Neigung. Dach und Gebäude sind 11,20 m lang und 6,60 m breit. Das Dach ist 3,90 m hoch. Die Wandhöhe beträgt 4,60 m.



a. Skizziere ein **Zweitafelbild** (Grund- und Aufriss bzw. Draufsicht und Vorderansicht) vom gegebenen Schrägbild dieses Hauses. Beschrifte dabei die Eckpunkte **MNOPQRSTUV**.

b. Berechne das Sparrengrundmaß X und die Firstlänge F.

c. Berechne die Sparrenlänge S und die Gratlänge G.

d. Berechne, für wie viele laufende Meter Dachrinne benötigt werden.

e. Berechne den Inhalt der gesamten Wandfläche.

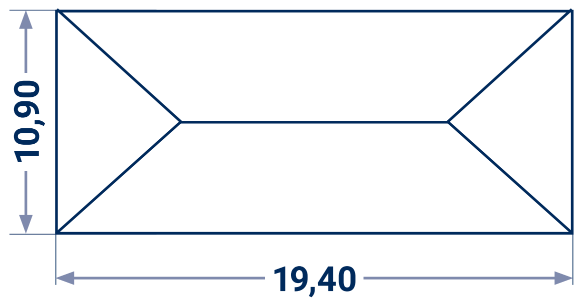
f. Berechne den Inhalt der gesamten Dachfläche.

g. Berechne das Dachvolumen.

h. Berechne die Dachneigung. Gib das Ergebnis in Grad und in Prozent an.

Aufgabe 7.2.

Das in der Draufsicht skizzierte Haus hat ein Walmdach mit einer Dachneigung von 42°.



a. Gib die Dachneigung D_N in Prozent an.

b. Gib das Sparrengrundmaß X des Daches an.

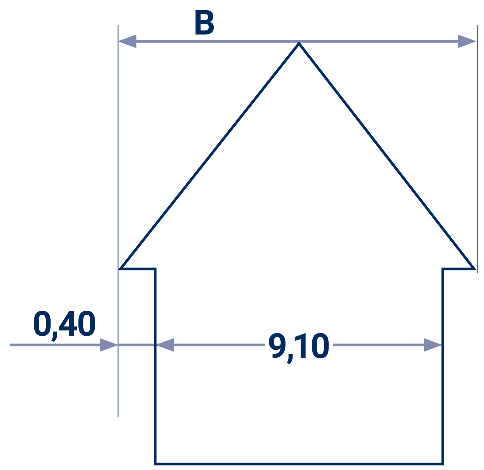
c. Berechne die Firstlänge F.

d. Berechne die Höhe H, die Sparrenlänge S und die Gratlänge G des Daches.

e. Berechne die Größe der einzudeckenden Dachfläche A_D.

Aufgabe 7.3.

Das in Seitenansicht dargestellte Satteldach hat eine Dachneigung von 115%, einen beidseitigen Dachvorsprung von 40 cm und eine Trauflänge von 12,85 m.



a. Ermittle die Dachneigung α in Grad.

b. Gib die Dachbreite B, das Sparrengrundmaß X und die Firstlänge F an.

c. Berechne die Firsthöhe H und die Sparrenlänge S.

d. Berechne den Flächeninhalt A_D des gesamten Daches.

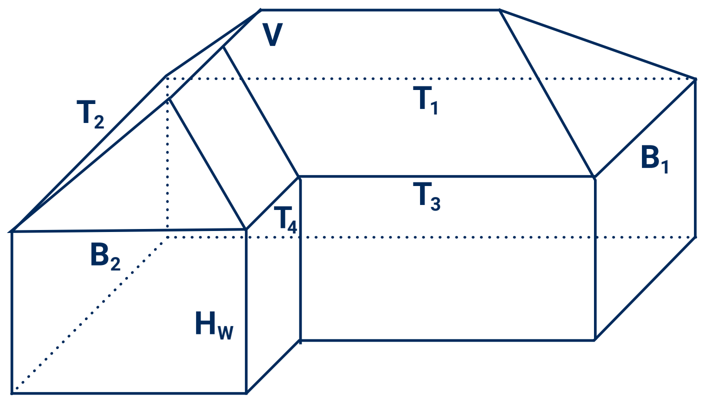
e. Berechne den Flächeninhalt A_G des Giebels.

Übungen

Aufgabe 7.4.

Das Schrägbild zeigt ein Haus mit Walmdach mit überall gleicher Dachneigung. Von dem Gebäude sind folgende Maße bekannt:

B_1 = 11,80 m	T_1 = 21,20 m
B_2 = 9,40 m	T_2 = 17,60 m
H_W = 6,80 m	D_N = 38°



V S D

Zeichne ein Dreitafelbild dieses Hauses in der **gewohnten Aufteilung V**orderansicht, **S**eitenansicht, **D**raufsicht. **Infos dazu gibt es auch im Kapitel 7.2 und 7.3 des Lehrmaterials.**

Hinweis zum Maßstab: Möglich ist z.B. 1:200
(T_1=21,20 m entspricht 10,6 cm in der Zeichnung, denn 21,60 m : 200 = 0,106 m = 10,6 cm.)

Aufgabe 7.5.

Das Haus aus Aufgabe 7.4 (siehe oben) wird als sakrales Gebäude mit einem anderen Dach gebaut. Die Dachneigung des neuen Daches beträgt dann 52°. Alle anderen Maße sind so wie in Aufgabe 7.4 angegeben.

a. Gib die Dachneigung D_N in Prozent an.

b. Berechne die kurzen Trauflängen T_3 und T_4.

c. Gib das Sparrengrundmaß X_1 des Hauptdaches und das Sparrengrundmaß X_2 des Anbaudaches an.

d. Berechne die Firstlängen F_1 und F_2.

e. Berechne die Höhe H_1, die Sparrenlänge S_1 und die Gratlänge G_1 des Hauptdaches.

f. Berechne die Höhe H_2, die Sparrenlänge S_2 und die Gratlänge G_2 des Daches vom Anbau.

g. Berechne die Länge des Verfallgrates V.

h. Berechne die Größe der einzudeckenden Dachfläche A_D.

Übungen

Aufgabe 7.6.

Für die Eindeckung eines Daches ist die die Anzahl der notwendigen Lattreihen und die optimale Lattweite zu ermitteln.

Gegeben: Deckungsart Doppeldeckung

Firstausführung trocken

Dachneigung 42°

Sparrenlänge 5,24 m

Material ist Biberschwanz 18/38

Traufüberstand 6 cm

Nase 4 cm

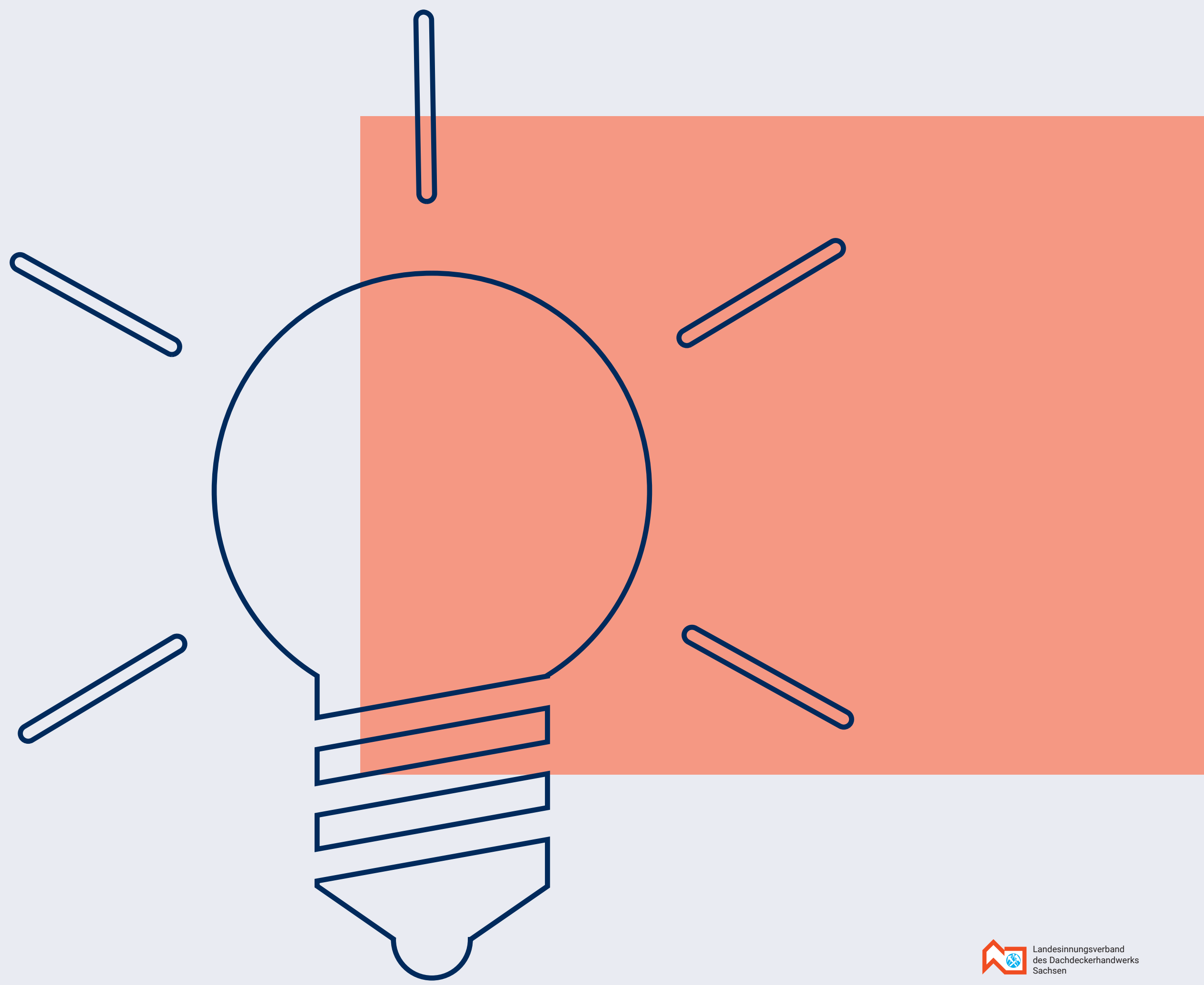
a. Berechne entsprechend der Schrittfolge die Anzahl der Lattreihen und die optimale Lattweite für diese Eindeckung.

b. Kontrolliere abschließend, ob für die ermittelten Werte die lt. Tabelle geforderte Mindesthöhenüberdeckung hier tatsächlich erreicht wird.

c. Welche Besonderheit folgt aus dem hier berechneten Wert für die Lattweite?

Kapitel 8

Lösungen der Übungsaufgaben



Lösungen - Kapitel 1

Lösung Aufgabe 1.1.

Umrechnen von Längenmaßen

a. in die jeweils gegebene kleinere Einheit

4,50 m	=	45,0 dm
4,50 m	=	450 cm
34,7 km	=	34.700 m
8,45 m	=	8.450 mm
0,73 dm	=	7,3 cm

b. in die jeweils gegebene größere Einheit

90 mm	=	9 cm
1.200 cm	=	12 m
425 cm	=	4,25 m
5.000 cm	=	50 m
8,5 dm	=	0,85 m
37.000 m	=	37 km
900 mm	=	0,9 m
75 m	=	0,075 km

c. in eine andere Einheit

3.000 cm	=	30 m
9,5 cm	=	0,095 m
58.700 dm	=	5.870 m
58.700 dm	=	587.000 cm
70,3 cm	=	0,703 m
75 m	=	750 dm
2 m	=	0,002 km

Lösung Aufgabe 1.2.

Umrechnen von Flächenmaßen

a. in eine kleinere Einheit

56 m^2	=	5.600 dm^2
56 m^2	=	560.000 cm^2
56 m^2	=	56.000.000 mm^2
3,5 a	=	350 m^2
4,25 ha	=	42.500 m^2

b. in eine größere Einheit

6.000 mm^2	=	60 cm^2
6.000 mm^2	=	0,6 dm^2
6.000 mm^2	=	0,006 m^2
51 m^2	=	0,51 a
425 m^2	=	0,0425 ha
85 cm^2	=	0,0085 m^2

c. in eine andere Einheit

900 cm^2	=	9 dm^2
900 cm^2	=	0,09 m^2
750 m^2	=	7,5 a
350 dm^2	=	3,5 m^2
42,5 m	=	0,425 a
125 a	=	1,25 ha

Lösungen - Kapitel 1

Lösung Aufgabe 1.3.

Umrechnen von Raummaßen

138 m^3	=	138.000 dm^3
7.500 dm^3	=	7,5 m^3
7.500 dm^3	=	7.500 l
80.000 cm^3	=	0,08 m^3
8.300 l	=	8,3 m^3
120 m^3	=	120.000 l

Lösung Aufgabe 1.4.

a. Berechne die Größe eines Standard-Fußballfeldes. Gib das Ergebnis in Quadratmeter, in Ar und in Hektar an.

$A = a \cdot b$

$A = 105\ m \cdot 68\ m$

A = 7.140 m² **A = 71,4 a** **A = 0,714 ha**

b. Berechne den Rauminhalt des Dachraumes in Kubikmetern und in Liter.

$V = a \cdot b \cdot c$

$V = 7{,}34\ m \cdot 22{,}7\ dm \cdot 85\ cm$

$V = 7{,}34\ m \cdot 2{,}27\ m \cdot 0{,}85\ m$

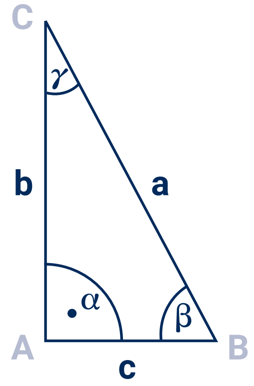
V ≈ 14,2 m³ (14,16253 m³) **V ≈ 14.163 l**

Notizen

Lösungen - Kapitel 2

Lösung Aufgabe 2.1.

a. Siehe Skizze.



b. Die Seiten b und c sind die Katheten und Seite a ist die Hypotenuse.

c. $a^2 = b^2 + c^2$

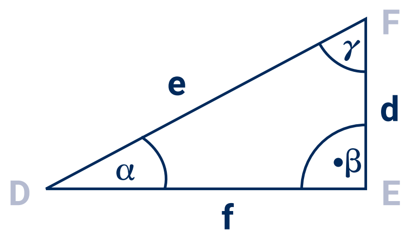
d. Hinweis: b ist die Gegenkathete zu β usw., somit gilt:

$\sin\beta = \frac{b}{a}$ $\cos\beta = \frac{c}{a}$ $\tan\beta = \frac{b}{c}$

Lösung Aufgabe 2.2.

Grundbegriffe anwenden.

a. Siehe Skizze. Rechter Winkel ist der beim Punkt E, also Winkel β.



b. Die Seiten d und f sind die Katheten. Die Seite e ist die Hypotenuse.

c. $e^2 = d^2 + f^2$

d. Hinweis: f ist die Gegenkathete zu γ (Winkel bei Punkt F), somit gilt:

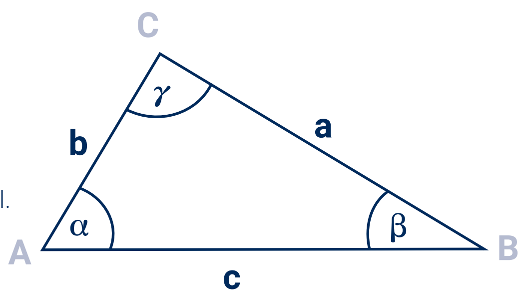
$\sin\gamma = \frac{f}{e}$ $\cos\gamma = \frac{d}{e}$ $\tan\gamma = \frac{f}{d}$

Lösung Aufgabe 2.3.

Grundbegriffe anwenden.

Für das Dreieck ABC gelte: $c^2 = a^2 + b^2$.

a. Siehe Skizze.



b. Seite c ist die Hypotenuse. Winkel γ ist der rechte Winkel.

c. Hinweis: a ist die Gegenkathete zu α (Winkel bei Punkt A), somit gilt:

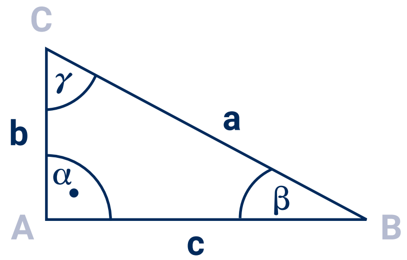
$\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\tan\alpha = \frac{a}{b}$

Lösungen - Kapitel 2

Lösung Aufgabe 2.4.

geg.: b = 3,50 m ges.: a, β, γ
c = 350 cm

a. Siehe Skizze.



b.

$a^2 = b^2 + c^2$ (a ist Hypotenuse)

$a = \sqrt{b^2 + c^2}$

$a = \sqrt{(3,50\,m)^2 + (3,50\,m)^2}$

$a = \sqrt{12,25\,m^2 + 12,25\,m^2}$

$a = \sqrt{24,50\,m^2}$

a = 4,95 m (49,4974...)

c.

$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ (Innenwinkels.)

$90^\circ + \beta + \gamma = 180^\circ$ ($\alpha = 90^\circ$)

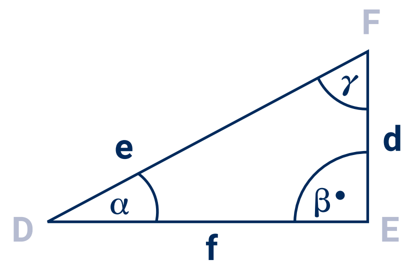
$\beta + \gamma = 90^\circ$ ($\alpha = \gamma$, da b = c)

$\mathbf{\beta = 45^\circ}$

$\mathbf{\gamma = 45^\circ}$

Lösung Aufgabe 2.5.

geg.: d = 2,80 m ges.: e, α, γ, u
f = 4,25 m



a. $e^2 = d^2 + f^2$ (e ist Hypotenuse)

$e = \sqrt{d^2 + f^2}$

$e = \sqrt{(2,80\,m)^2 + (4,25\,m)^2}$

$e = \sqrt{7,84\,m^2 + 18,0625\,m^2}$

$e = \sqrt{25,9025\,m^2}$

e = 5,09 m (5,0894...)

b. $\tan\alpha = \frac{d}{f}$

$\tan\alpha = \frac{2,80\,m}{4,25\,m}$

$\tan\alpha = 0,65882$

α = 33,4° (33,377...)

$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$

$\gamma = 180^\circ - 33,4^\circ - 90^\circ$

$\mathbf{\gamma = 56,6^\circ}$

c. u = e + d + f

u = 5,09 m + 4,25 m + 2,80 m

u = 12,14 m

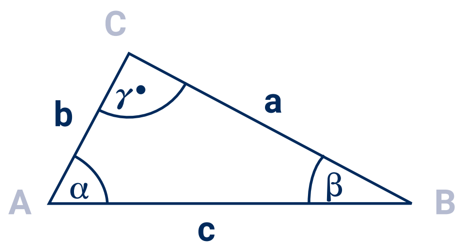
HINWEIS

$^* \tan\alpha = \frac{GK}{AK} = \frac{Dh}{Sgm}$

**Es wäre hier auch möglich, für den Winkel α (oder auch für γ) den Sinuswert (oder den Kosinuswert) und daraus dann den eigentlichen Winkel zu berechnen. Dazu müsste aber die soeben berechnete Hypotenuse e verwendet werden. Diese Berechnung könnte jedoch einen Fehler enthalten.Deshalb ist der hier verwendete Weg über den Tangenswert günstiger. Bei diesem Rechenweg werden ja die gegeben Werte der Katheten d und f verwendet.*

Lösungen - Kapitel 2

Lösung Aufgabe 2.6.



geg.: $b = 2{,}65\ m$ ges.: a, α, β

$c = 400\ cm$

a. $c^2 = a^2 + b^2$ (c ist Hypotenuse)

$a = \sqrt{c^2 - b^2}$

$a = \sqrt{(4{,}00\ m)^2 - (2{,}65\ m)^2}$

$a = \sqrt{9{,}24\ m^2}$

$\underline{\underline{a = 3{,}00\ m\ (2{,}99624...)}}$

b. $\gamma = 90°$

c. $\cos\alpha = \frac{b}{c} \left(\cos\alpha = \frac{AK}{H}\right)$

$\cos\alpha = \frac{2{,}65\ m}{4{,}00\ m}$

$\cos\alpha = 0{,}65$

$\underline{\underline{\alpha = 48{,}5°}}$

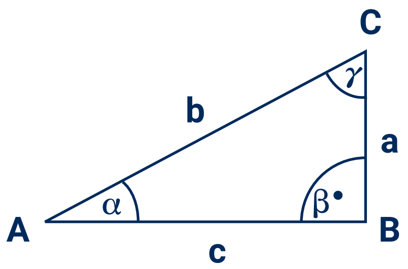
$\alpha + \beta + \gamma = 180°$

$\beta = 180° - \alpha - \gamma$

$\beta = 180° - 48{,}5° - 90°$

$\underline{\underline{\beta = 41{,}5°}}$

Lösung Aufgabe 2.7.



geg.: $\alpha = 25°$ ges.: e, α, β, γ

$\beta = 90°$

$a = 2200\ mm$

a. Die Seite b ist Hypotenuse, da sie gegenüber dem rechten Winkel liegt. Die Seite a ist kleiner als Seite c, weil Winkel α kleiner als Winkel γ ist, denn $\gamma = 180° - \alpha - \beta$, also $\gamma = 65°$.

b. siehe Skizze

c. $\sin\alpha = \frac{GK}{H}$

$\sin\alpha = \frac{a}{b} \quad | \cdot b$

$b \cdot \sin\alpha = a \quad | : \sin\alpha$

$b = \frac{a}{\sin\alpha}$

$b = \frac{2{,}20\ m}{\sin 25°}$

$b = \frac{2{,}20\ m}{0{,}4226}$

$\underline{\underline{b = 5{,}20\ m\ (5{,}2056...)}}$

$\tan\alpha = \frac{GK}{AK}$

$\tan\alpha = \frac{a}{c} \quad | \cdot c$

$c \cdot \tan\alpha = a \quad | : \tan\alpha$

$c = \frac{a}{\tan\alpha}$

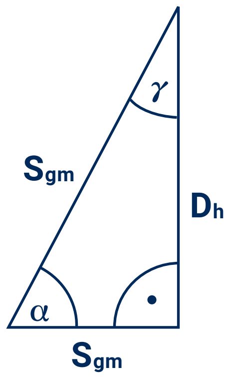
$c = \frac{2{,}20\ m}{\tan 25°}$

$c = \frac{2{,}20\ m}{0{,}4663}$

$\underline{\underline{c = 4{,}72\ m\ (4{,}7179...)}}$

Lösungen - Kapitel 2

Lösung Aufgabe 2.8.



geg.: $\alpha = 52°$ ges.: S, S_{gm}

$D_h = 3{,}75\ m$

a. Die Sparrenlänge S ist die Hypotenuse.
Die Dachhöhe ist größer als das Sparrengrundmaß, weil $\alpha > \gamma$.

b. siehe Skizze

c. Rechenweg wie bei **Aufgabe 2.7.c)** mit D_h für a, S für b und S_{gm} für c.

$S = \frac{Dh}{\sin\alpha}$

$S = \frac{3{,}75\ m}{\sin 52°}$

$S = \frac{3{,}75\ m}{0{,}7880...}$

$\underline{\underline{S = 4{,}76\ m\ (4{,}7588...)}}$

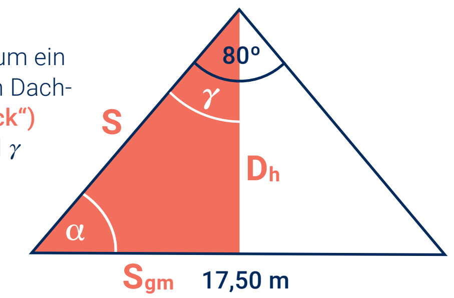
$Sgm = \frac{Dh}{\tan\alpha}$

$Sgm = \frac{3{,}75\ m}{\tan 52°}$

$Sgm = \frac{3{,}75\ m}{1{,}2799...}$

$\underline{\underline{Sgm = 2{,}93\ m\ (2{,}9298...)}}$

Lösung Aufgabe 2.9.



Bei diesem (großen, schwarzen) „Giebeldreieck" handelt es sich um ein gleichschenkliges, aber um kein rechtwinkliges Dreieck. Das vom Dachdecker oft verwendete rechtwinklige Dreieck („Dachdeckerdreieck") ist hier rot eingezeichnet. In diesem roten Dreieck hat der Winkel γ an der Spitze eine Größe von 40°.

geg.: $D_b = 17{,}50\ m$ ges.: α, S_{gm}, D_h, S

$\varepsilon = 80°$

a. siehe Skizze

b. **Neigungswinkel α:**
Im (großen, schwarzen) „Giebeldreieck" betragen die Basiswinkel 50°:

$180° = 80° + \alpha + \alpha$ (Innenwinkelsatz und gleiche Neigung)

$100° = \alpha + \alpha$

$\underline{\underline{\alpha = 50°}}$

Sparrengrundmaß S_{gm}: Ist die halbe Dachbreite, also $\underline{\underline{S_{gm} = 8{,}75\ m}}$

Sparrenlänge und Dachhöhe berechnet man wieder über Gesetzmäßigkeiten im rechtwinkligen Dreieck- unser **„rotes Dachdeckerdreieck"**.

$\cos\alpha = \frac{AK}{H}$

$\cos\alpha = \frac{Sgm}{S} \quad | \cdot S$

$S \cdot \cos\alpha = a \quad | : \cos\alpha$

$S = \frac{Sgm}{\cos\alpha}$

$S = \frac{8{,}75\ m}{\cos 50°}$

$S = \frac{8{,}75\ m}{0{,}6427...}$

$\underline{\underline{S = 13{,}61\ m\ (13{,}6125...)}}$

$\tan\alpha = \frac{GK}{AK}$

$\tan\alpha = \frac{Dh}{Sgm} \quad | \cdot Sgm$

$Sgm \cdot \tan\alpha = Dh$

$Dh = Sgm \cdot \tan\alpha$

$Dh = 8{,}75\ m \cdot \tan 50°$

$Dh = 8{,}75\ m \cdot 1{,}1917...$

$\underline{\underline{Dh = 10{,}43\ m\ (10{,}4278...)}}$

Lösungen - Kapitel 3

Lösung Aufgabe 3.1.

Ergänze die beiden Teile der Tabelle. Rechne möglichst im Kopf.

Anteil	100%	50%	25%	10%	1%	20%	5%	33,33%
als Bruch	1	1/2	1/4	1/10	1/100	1/5	1/20	1/3
rechne	G	G:2	G:4	G:10	G:100	G:5	G:20	G:3
Berechne:								
Dachpfannen	1.200	600	300	120	12	240	60	400
Firstlänge in Meter	30,00	15,00	7,50	3,00	0,30	6,00	1,50	10,00
Dachpreis in Euro	60.000	30.000	15.000	6.000	600	12.000	3.000	20.000

kennzeichnet gegebene bzw. abgeänderte Werte

Anteil	12,5%	150%	75%	90%	2%	40%	15%	66,67%
als Bruch	1/8	$1\frac{1}{2}$	3/4	9/10	2/100	4/10	3/20	2/3
rechne	G:8	G:2·3	G:4·3	G:10·9	G:100·2	G:10·4	G:100·15	G:3·2
Berechne:								
Dachpfannen	150	1.800	900	1.080	24	480	180	800
Firstlänge in Meter	3,75	45,00	22,50	27,00	0,60	12,00	4,50	20,00
Dachpreis in Euro	7.500	90.000	45.000	54.000	1.200	24.000	9.000	40.000

kennzeichnet gegebene bzw. abgeänderte Werte

Lösungen - Kapitel 3

Lösung Aufgabe 3.2.

Ergänze die beiden Teile der Tabelle. Berechne zuerst 100%!

Anteil	100%	50%	25%	10%	1%	20%	5%	33,33%
als Bruch	1	1/2	1/4	1/10	1/100	1/5	1/20	1/3
rechne	G	G:2	G:4	G:10	G:100	G:5	G:20	G:3
Berechne:								
Dachpfannen	900	450	225	90	9	180	45	300
Firstlänge in Meter	12,00	6,00	3,00	1,20	0,12	2,40	0,60	4,00
Preis für Schindeln	720,00 €	360,00 €	180,00 €	72,00 €	7,20 €	144,00 €	36,00 €	240,00 €

kennzeichnet gegebene bzw. abgeänderte Werte

Anteil	12,5%	150%	75%	80%	6%	99%	15%	66,67%
als Bruch	1/8	$1\frac{1}{2}$	3/4	8/10	6/100	99/100	3/20	2/3
rechne	G:8	G:2·3	G:4·3	G:10·8	G:100·6	G:100·99	G:100·15	G:3·2
Berechne:								
Dachpfannen	113*	1.350	675	720	54	891	135	600
Firstlänge in Meter	1,50	18,00	9,00	9,60	0,72	11,88	1,80	8,00
Preis für Schindeln	90,00 €	1.080,00€	540,00 €	576,00 €	43,20 €	712,80 €	108,00 €	480,00 €

kennzeichnet gegebene bzw. abgeänderte Werte

***112** Dachpfannen ebenfalls richtig

Lösungen - Kapitel 3

Lösung Aufgabe 3.3.

Berechne den Prozentwert.

a. 57,375 m² ≈ 57,4 m²
b. 47,3 cm
c. 22.015 €
d. 388,5 kg
e. 33,60 €
f. 4 Schindeln

Lösung Aufgabe 3.4.

Berechne den Prozentsatz.

a. 68,2%
b. 56,67%
c. 79,231...% ≈ 79, 2%
d. 1,929...% ≈ 1,9%
e. 115%
f. 105,318...% ≈ 105, 3%

Lösung Aufgabe 3.5.

Berechne den Grundwert.

a. 275 m²
b. 152 cm
c. 251,26 €
d. 16 t
e. 1.020 €
f. 26 m

Lösung Aufgabe 3.6.

				Antwort a.	**Antwort b.**		
Anzahl	**Artikel**	**Einzel-preis**	**Postenpreis**	**Rabatt in %**	**Rabatt in Euro**	**geminderter Einzelpreis**	**Posten-preis inkl. Rabatt**
1	Brot	1,09 €	1,09 €	10%	0,1090 €	0,98 €	0,98 €
1	Apfelsinen	2,49 €	2,49 €	15%	0,3735 €	2,12 €	2,12 €
1	Butter	1,29 €	1,29 €	10%	0,1290 €	1,16 €	1,16 €
2	Saft	0,99 €	1,98 €	5%	0,0495 €	0,94 €	1,88 €
4	Bier	0,49 €	1,96 €		0,0000 €	0,49 €	1,96 €
4	Pfand	0,08 €	0,32 €		0,0000 €	0,08 €	0,32 €
1	Schinken	0,89 €	0,89 €	5%	0,0445 €	0,85 €	0,85 €
1	Käse	0,88 €	**0,88 €**		0,0000 €	0,88 €	**0,88 €**
	Summe:		**10,90 €**				**10,15 €**
			Antwort c.				**Antwort d.**

Lösungen - Kapitel 3

Lösung Aufgabe 3.7.

a. Verhältnisgleichung: $\frac{100\%}{x} = \frac{12 \text{ Rollen}}{7 \text{ Rollen}}$ Ergebnis: $\underline{\underline{\mathbf{x = 58,33...\%}}}$

Es wurden 58,3 % des Vorrates verbraucht.

b. Verhältnisgleichung: $\frac{100\%}{58,33...\%} = \frac{249 €}{x}$ Ergebnis: $\underline{\underline{\mathbf{x = 145,25\ €}}}$

Die entstandenen Materialkosten betragen 145,25 €.

Lösung Aufgabe 3.8.

Verhältnisgleichung: $\frac{100\%}{103,5\%} = \frac{x}{983,25 €}$ Ergebnis: $\underline{\underline{\mathbf{x = 950,00\ €}}}$

Das Lehrlingsentgelt betrug vor der Lohnerhöhung 950,00 €.

Lösung Aufgabe 3.9.

a. Verhältnisgleichung: $\frac{100\%}{119\%} = \frac{x}{45.000 €}$ Ergebnis: $\underline{\underline{\mathbf{x = 37.815,126\ €}}}$

Der Nettopreis des Daches beträgt 37.815,13 €.

b. Verhältnisgleichung: $\frac{100\%}{98,5\%} = \frac{45.000 €}{x}$ Ergebnis: $\underline{\underline{\mathbf{x = 44.325,00\ €}}}$

Der Bauherr muss 44.325,00 € überweisen.

Lösung Aufgabe 3.10.

Verhältnisgleichung: $\frac{100\%}{108\%} = \frac{28.000 €}{x}$ Ergebnis: $\underline{\underline{\mathbf{x = 29.970,00\ €}}}$

Die Dachdeckerfirma muss im Angebot einen Preis von 30.000 € fordern.

Lösung Aufgabe 3.11.

a. 6 Bahnen á 1,5 m ergeben 9,00 m.
6 mal 20,00 m ergeben 120,00 m (benötigte lfd. m).
Somit werden 3 Rollen á 50 m benötigt.

b. 150 m – 120 m = 30 m; 30 m · 1,5 m = 45 m²,
30 lfd. m bzw. 45 m² Unterspannbahn blieben vorerst übrig.

c. 50 m · 1,5 m = 75 m² Fläche pro Rolle; 3 · 75 m² = 225 m² Gesamtfläche

Verhältnisgleichung: $\frac{100\%}{x} = \frac{225\ m^2}{45\ m^2}$ Ergebnis: $\underline{\underline{\mathbf{x = 20,00\%}}}$

Es bleibt ein Anteil von 20% übrig.

d. 6 Überlappungen (auch an der Traufe) á 0,20 m sind dann insgesamt 1,2 m, die noch mit einer weiteren Bahn abgedeckt werden müssten. Da die Bahnen 1,50 m breit sind und noch 30,00 lfd. m übrig sind, kann das durch Überlappung fehlende Stück (20,00 lfd. m) noch gut abgedeckt werden. Die 3 Rollen reichen hier aus.

Lösungen - Kapitel 3

Lösung Aufgabe 3.12.

a. Ansatz: $\frac{100\%}{x} = \frac{9{,}80\,m}{2{,}45\,m}$ Ergebnis: $\underline{\underline{\mathbf{x = 25\%}}}$

Die Neigung des Pultdaches beträgt 25%.

b. Ansatz: $\tan\alpha = \frac{2{,}45\,m}{9{,}80\,m}$ $\tan\alpha = 0{,}25$ Ergebnis: $\underline{\underline{\mathbf{\alpha = 14^\circ\ (14{,}03...)}}}$

Die Neigung des Pultdaches beträgt 14°.

c. Ansatz: $S^2 = (9{,}80\,m)^2 + (2{,}45\,m)^2$ Ergebnis: $\underline{\underline{\mathbf{S = 10{,}10\,m\ (10{,}1016...)}}}$

Die Länge des Ortganges beträgt 10,10 m.

Lösung Aufgabe 3.13.

Ansatz: $\frac{100\%}{x} = \frac{12{,}00\,m}{0{,}03\,m}$ Ergebnis: $\underline{\underline{\mathbf{x = 0{,}25\%}}}$

Die Dachrinne hat ein Gefälle von 0,25%.

Lösung Aufgabe 3.14.

Ansatz: $\frac{100\%}{6\%} = \frac{14{,}00\,m}{x}$ Ergebnis: $\underline{\underline{\mathbf{x = 0{,}84\,m}}}$

Das Pultdach hat eine Höhe von 84 cm.

Lösung Aufgabe 3.15.

a. Ansatz: $\frac{100\%}{3{,}5\%} = \frac{4{,}20\,m}{x}$ Ergebnis: $\underline{\underline{\mathbf{x = 0{,}147\,m}}}$

Der Terrassenboden muss auf der Seite der Tür um 15 cm angehoben werden.

b. Ansatz: $\tan\alpha = \frac{0{,}147\,m}{4{,}20\,m}$ $\tan\alpha = 0{,}035$ Ergebnis: $\underline{\underline{\mathbf{\alpha = 2^\circ\ (2{,}0045...)}}}$

Die Neigung des Terrassenbodens beträgt 2°.

Lösungen - Kapitel 3

Lösung Aufgabe 3.16.

a. Ansatz: $\frac{100\%}{6\%} = \frac{12{,}00\,m}{h}$ Ergebnis: $\underline{\underline{\mathbf{x = 0{,}72\,m}}}$

Die Dachhöhe beträgt 78 cm.

b. Ansatz: $\frac{100\%}{x} = \frac{4{,}80\,m}{0{,}72\,m}$ Ergebnis: $\underline{\underline{\mathbf{x = 15\%}}}$

Die Neigung des kleineren Dachteiles beträgt 15%.

Lösung Aufgabe 3.17.

Jeder Dachneigung in Prozent entspricht ein zugehöriger Neigungswinkel in Grad und umgekehrt. Nutze bei den folgen Berechnungen gedanklich das Neigungsdreieck.

Ermittle zu den gegebenen Dachneigungen in Prozent jeweils den zugehörigen Neigungswinkel in Grad:

1% $\longrightarrow$ $\tan\alpha = 0{,}01$ $\longrightarrow$ $\alpha = 0{,}57^\circ$

12% $\longrightarrow$ $\tan\alpha = 0{,}12$ $\longrightarrow$ $\alpha = 6{,}84^\circ$

3% $\longrightarrow$ $\tan\alpha = 0{,}03$ $\longrightarrow$ $\alpha = 1{,}72^\circ$

35% $\longrightarrow$ $\tan\alpha = 0{,}35$ $\longrightarrow$ $\alpha = 19{,}3^\circ$

110% $\longrightarrow$ $\tan\alpha = 1{,}1$ $\longrightarrow$ $\alpha = 47{,}7^\circ$

a. Ermittle zu den gegebenen Neigungswinkeln in Grad jeweils die zugehörige Dachneigung in Prozent:

$\tan 45^\circ = 1 = \frac{100}{100}$ $\longrightarrow$ $\alpha = 100\%$

$\tan 8^\circ = 0{,}14 = \frac{14}{100}$ $\longrightarrow$ $\alpha = 14\%$

$\tan 1{,}7^\circ = 0{,}029 = \frac{2{,}9}{100}$ $\longrightarrow$ $\alpha = 3\%$

$\tan 40^\circ = 0{,}839 = \frac{84}{100}$ $\longrightarrow$ $\alpha = 84\%$

$\tan 55^\circ = 1{,}428 = \frac{124{,}8}{100}$ $\longrightarrow$ $\alpha = 143\%$

Lösungen - Kapitel 4

Lösung Aufgabe 4.1.

direkte Proportionalität

4 Dachdecker ≙ 6 Dächer

2 Dachdecker ≙ 3 Dächer

6 Dachdecker ≙ 9 Dächer

6 Dachdecker decken 9 Dächer in der gleichen Zeit.

Lösung Aufgabe 4.2.

direkte Proportionalität

2,5 kg Stifte ≙ 17,95 €

10 kg Stifte ≙ 71,80 €

30 kg Stifte ≙ 215,40 €

30 kg solcher Stifte kosten 215,40 €.

Lösung Aufgabe 4.3.

a. 5 m² ≙ 110 Schieferplatten

1 m² ≙ 22 Schieferplatten

240 m² ≙ 5.280 Schieferplatten

direkte Proportionalität

b. 5.280 · 1,95 € = **10.296,00 €**

Lösung Aufgabe 4.4.

4.560 kWh ≙ 1.368 €

6.000 kWh ≙ x

direkte Proportionalität

Die Firma muss 1.800,00 € für Baustrom einplanen.

Lösung Aufgabe 4.5.

4,20 m ≙ 18,9 kg

6,70 m ≙ x

direkte Proportionalität

Der 6,70 m lange Sparren wiegt 30,15 kg.

Lösung Aufgabe 4.6.

a. 4,5 cm ≙ 100 cm

x ≙ 900 cm

direkte Proportionalität

Das Pultdach hat eine Höhe von 40,5 cm.

b. 4,5 cm ≙ 100 cm

15 cm ≙ x

direkte Proportionalität

Bei 3,33 m ist das Pultdach 15 cm hoch.

Lösungen - Kapitel 4

Lösung Aufgabe 4.7.

indirekte Proportionalität

4 Dachdecker ≙ 10 Tage

1 Dachdecker ≙ 40 Tage

5 Dachdecker ≙ 8 Tage

5 Dachdecker erledigen diese Arbeit in 8 Tagen.

Lösung Aufgabe 4.8.

indirekte Proportionalität

6 Dachdecker ≙ 30 Stunden

1 Dachdecker ≙ 180 Stunden

5 Dachdecker ≙ 36 Stunden

5 Dachdecker erledigen diese Arbeit in 36 Stunden.

Lösung Aufgabe 4.9.

a. 50 cm ≙ 24 Abstände

40 cm ≙ x

indirekte Proportionalität

$$\frac{50\text{ cm}}{40\text{ cm}} = \frac{x}{24}$$

Bei 40 cm Lattenabstand entstehen 30 solche Zwischenräume.

b. 25 · 5,60 m = 140 m

31 · 5,60 m = 173,60 m

c. 33,60 m · 1,17 €/m = 39,312 €

Die Mehrkosten betragen 39,31 €.

Lösung Aufgabe 4.10.

2 t ≙ 96 Fuhren

3 t ≙ x

indirekte Proportionalität

$$\frac{2\text{ t}}{3\text{ t}} = \frac{x}{96}$$

Der Anbieter benötigt mit seinem Fahrzeug 64 Fuhren.

Kosten Anbieter A: 96 Fuhren · 12,50 € = 1.200,00 €

Kosten Anbieter B: 64 Fuhren · 15,00 € = 960,00 €

Somit bekäme Anbieter B den Auftrag.

Stets auch andere Rechenwege möglich!

Lösungen - Kapitel 4

Lösung Aufgabe 4.11.

je mehr **Dachdecker**, desto größer die **Fläche**
direkte Proportionalität (konstant 5 Tage)

4 Dachdecker ≙ 150 m²

2 Dachdecker ≙ 75 m²

6 Dachdecker ≙ 225 m²

je mehr **Arbeitstage**, desto größer die **Fläche**
direkte Proportionalität (konstant 6 Dachdecker)

5 Tage ≙ 225 m²

1 Tag ≙ 45 m²

4 Tage ≙ 180 m²

6 Dachdecker schaffen in 4 Tagen 180 m².

Lösung Aufgabe 4.12.

je mehr **Dachdecker**, desto weniger **Zeit**
indirekte Proportionalität (konstant 7 Dächer)

8 Dachdecker ≙ 210 h

2 Dachdecker ≙ 840 h

6 Dachdecker ≙ 280 h

je mehr **Dächer**, desto mehr **Zeit** nötig
direkte Proportionalität (konstant 6 Dachdecker)

7 Dächer ≙ 280 h

1 Dach ≙ 40 h

5 Dächer ≙ 200 h

6 Dachdecker brauchen für 5 Dächer 200 Stunden.

Lösung Aufgabe 4.13.

je mehr **Lkw**, desto mehr **Aushub** fahren
direkte Proportionalität (konstant 8 Stunden)

3 LKW ≙ 450 m³

1 LKW ≙ 150 m³

4 LKW ≙ 600 m³

je mehr **Zeit**, desto mehr **Aushub** fahren
direkte Proportionalität (konstant 4 LKW)

8 h ≙ 600 m³

1 h ≙ 75 m³

7 h ≙ 525 m³

Von 4 Lkw werden in 7 Stunden 525 m³ Aushub abtransportiert.

Lösung Aufgabe 4.14.

je mehr **Fahrzeit**, desto weniger **Tage**
indirekte Proportionalität (konstant 15 km/h)

4 h ≙ 10 Tage

1 h ≙ 40 Tage

5 h ≙ 8 Tage

je größer **Geschwindigkeit**, desto weniger **Tage**
indirekte Proportionalität (konstant 5 Stunden/Tag)

15 km/h ≙ 8 Tage

1 km/h ≙ 120 Tage

20 km/h ≙ 6 Tage

Die Rückfahrt wird 6 Tage dauern.

Lösung Aufgabe 4.15.

a. 1 Schaufel Zement ≙ 4 Schaufeln Sand
6 Schaufeln Zement ≙ x

Max gibt 24 Schaufeln Sand dazu.

b. 1 Schaufel Zement ≙ 3 Schaufeln Sand
x ≙ 24 Schaufeln Sand

x = 8; Max gibt 2 Schaufeln Zement dazu.

Lösungen - Kapitel 5

Lösung Aufgabe 5.1.

Ergänze in der Tabelle für verschiene Rechtecke mit den Seiten a und b jeweils den Flächeninhalt A und den Umfang u. Rechne möglichst im Kopf.

Rechteck	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8
Seite a in m	5	0,70	0,40	1,50	0,08	9,00	8,00	6,00
Seite b in m	4	2,00	0,60	3,00	2,50	7,00	6,00	1,20
Berechne:								
Flächeninhalt A in m²	**20**	**1,40**	**0,24**	**4,50**	**0,20**	**63,00**	**48,00**	**7,20**
Umfang u in m	**18**	**5,40**	**2,00**	**9,00**	**5,16**	**32,00**	**28,00**	**14,40**

kennzeichnet zu berechnende Werte

Ergänze in dieser Tabelle für verschiedene Rechtecke die fehlenden Seiten a bzw. b und den fehlenden Flächeninhalt A bzw. Umfang u. Rechne möglichst im Kopf.

Rechteck	R9	R10	R11	R12	R13	R14	R15	R16
Seite a in m	11	0,80	0,90	0,04	**6**	**6,00**	**0,90**	**0,20**
Seite b in m	**7**	**3,00**	**0,50**	**0,80**	15	5,00	0,40	0,07
Berechne:								
Flächeninhalt A in m²	77	2,40	0,45	0,032	**90**	**30,00**	**0,36**	**0,014**
Umfang u in m	**36**	**7,60**	**2,80**	**1,68**	42	22,00	2,60	0,54

kennzeichnet zu berechnende Werte

Lösungen - Kapitel 5

Lösung Aufgabe 5.2.

rechteckiges Dreieck

Lösung: $\underline{\underline{A = 2,31\,m^2}}$

Lösung Aufgabe 5.3.

allgemeines Dreieck mit Grundseite D_b und Höhe D_h, somit $A = \frac{Db \cdot Dh}{2}$

Lösung: $\underline{\underline{A = 23,04\,m^2}}$

Lösung Aufgabe 5.4.

Trapez

Lösung: $\underline{\underline{A = 25,48\,m^2}}$

Lösung Aufgabe 5.5.

Mit dem „Pythagoras" ist jeweils erst die Sparrenlänge zu berechnen, danach der Umfang.

Aufgabe 5.2.	S = 6,64 m	Lösung: $\underline{\underline{u = 13,94\,m}}$
Aufgabe 5.3.	S = 6,79 m	Lösung: $\underline{\underline{u = 23,18\,m}}$
Aufgabe 5.4.	S = 4,48 m	Lösung: $\underline{\underline{u = 27,16\,m}}$

Lösung Aufgabe 5.6.

Die zu isolierende Fläche ist ein Halbkreis mit dem Radius 4,25 m.
Also ist von Flächeninhalt und Umfang des Vollkreises jeweils die Hälfte zu berechnen..

Lösung: $\underline{\underline{A = 28,37\,m^2}}$ $\underline{\underline{b = 13,35\,m}}$

Lösung Aufgabe 5.7.

a. Die Länge des Lüftungsbandes ist zweimal der Umfang des Hauses.

Lösung: $\underline{\underline{u = 37,4\,m}}$

Es werden 74,8 m Lüftungsband benötigt.

b. Man kann die Wände als eine Gesamtfläche ansehen, also A = u · h.

Lösung: $\underline{\underline{A = 123,42\,m^2}}$

Es wird eine Fläche von 123,42 m² verkleidet.

c. Lösung: 123,42 m² · 42 Stück/m² · 0,80 €/Stück · 1,05 = $\underline{\underline{\textbf{4.354,26 €}}}$

Die Schieferplatten kosten 4.354,26 €.

Lösungen - Kapitel 5

Lösung Aufgabe 5.8.

a. Die Seiten mit der „fehlenden" Ecke haben die gleiche Länge wie die „durchgehenden" Seiten.
Also einfach den Umfang eines Rechteckes berechnen.

Lösung: $\underline{\underline{u = 43,40\,m}}$

b. Es würden die Maße für Länge und Breite der „fehlenden Ecke" benötigt.

Lösung Aufgabe 5.9.

Zuerst Summe der Flächeninhalte aus Wand (Rechteck) und Giebel (Dreieck) bilden, dann davon die Flächeninhalte der beiden Fenster (Rechtecke) und des Dachfensters (Trapez) abziehen.

$$A = A_W + A_G - 2 \cdot A_F - A_D$$

$$A = 7,90\,m \cdot 3,70\,m + \frac{7,90\,m \cdot 3,20\,m}{2} - 2 \cdot 2,10\,m \cdot 1,20\,m - \frac{3,70\,m \cdot 1,90\,m}{2} \cdot 0,95\,m$$

Lösung: $\underline{\underline{A = 34,17\,m^2}}$

Lösung Aufgabe 5.10.

Der Inhalt einer Seitenfläche ist die Summe aus den rechteckigen Teilen an den beiden Treppenpodesten und dem Parallelogramm vom schrägen Teil des Aufgangs, verringert um die Fläche einer Tür.
Beim Parallelogramm verwendet man als Grundseiten am besten die Linien (hier rot), die das (gedachte) Parallelogramm links und rechts parallel zu den langen Seiten der Tür begrenzen.

a. $A = 2 \cdot \left(2 \cdot A_R + A_P - A_T\right)$

$A = 2 \cdot \left(2 \cdot 1,20\,m \cdot 2,50\,m + 2,50\,m \cdot 3,10\,m - 2,04\,m \cdot 0,96\,m\right)$

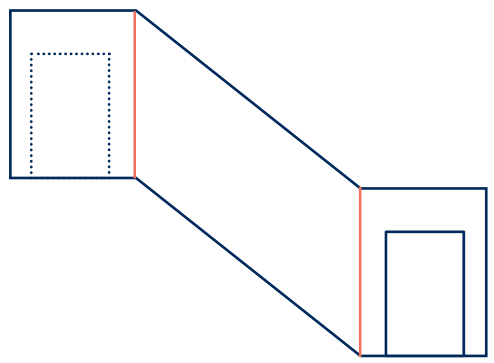
Lösung: $\underline{\underline{A = 23,58\,m^2 \;\left(23,5832\right)}}$

b. Vorab mit „Pythagoras" die Länge x der schrägen Dachkanten berechnen, dann die Summe k aller Dachkanten bilden.

$x = \sqrt{\left(3,10\,m\right)^2 + \left(2,65\,m\right)^2}$

$k = 4 \cdot 1,20\,m + 2 \cdot x$

Lösung: $\underline{\underline{k = 12,96\,m \;\left(12,9565...\right)}}$



Lösungen - Kapitel 5

Lösung Aufgabe 5.11.

Die beiden halbkreisförmigen Anbauten ergeben zusammen einen Vollkreis.
Sein Durchmesser beträgt 5,00 m.

Variablennamen:
Profillänge = p
Abmessung/außen = a
Abmessung/Patio = x

a. $p = \pi \cdot d + 3 \cdot a + 5 \cdot x$

$p = \pi \cdot 5{,}00\,m + 3 \cdot 15{,}00\,m + 5 \cdot 5{,}00\,m$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{p = 85{,}71\,m}\ (85{,}7079...)}}$

b. $A = A_{Quadrat} + A_{Kreis} - A_{Patio}$

$A = a^2 + \frac{\pi}{4} \cdot d^2 - x^2$

$A = (15{,}00\,m)^2 + \frac{\pi}{4} \cdot (5{,}00\,m)^2 - (5{,}00\,m)^2$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A = 219{,}63\,m^2}\ (219{,}6349...)}}$

Lösung Aufgabe 5.12.

Der Anbau ist ein Dreiviertelkreis. Somit sind von Umfang bzw. Flächeninhalt
drei Viertel des Vollkreises zu berechnen.

$l = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{3}{4}$

$l = 2 \cdot \pi \cdot 3{,}50\,m \cdot \frac{3}{4}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{l = 16{,}49\,m}\ (16{,}4933...)}}$

$A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{3}{4}$

$A = \pi \cdot (3{,}50\,m)^2 \cdot \frac{3}{4}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A = 28{,}86\,m^2}\ (28{,}8633...)}}$

Lösung Aufgabe 5.13.

In beiden Teilaufgaben werden die Formeln für den Kreis bzw. das Kreissegment in angepasster
Form verwendet (siehe Übersicht, Kapitel 5.3. Tabelle).

a. Die Fläche der Terrasse A_T wird hier berechnet, indem man die Fläche des Kreises mit
einem Radius von 4,25 m berechnet und halbiert.

$A_T = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{1}{2}$

$A_T = \pi \cdot (4{,}25\,m)^2 \cdot \frac{1}{2}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_T = 28{,}37\,m^2}\ (28{,}372509...)}}$

b. Die Balkongrundfläche A_B wird hier berechnet, indem man den Flächeninhalt A_T der Terrasse
(Halbkreis) um das am Balkon „fehlende" Kreissegment verringert.

$A_B = A_T - A_{KREISSEGMENT}$

$A_B = A_T - (A_{KREISSEKTOR} - A_{DREIECK})$

$A_B = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{1}{2} - \left(\pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°} - \frac{1}{2} \cdot r \cdot r \cdot \sin\alpha\right)$

$A_B = \pi \cdot (4{,}25\,m)^2 \cdot \frac{1}{2} - \left(\pi \cdot (4{,}25\,m)^2 \cdot \frac{120°}{360°} - \frac{1}{2} \cdot 4{,}25\,m \cdot 4{,}25\,m \cdot \sin 120°\right)$

$A_B = 28{,}3725...\,m^2 - (18{,}9150...\,m^2 - 7{,}8212...\,m^2)$

$A_B = 28{,}3725...\,m^2 - 18{,}9150...\,m^2 + 7{,}8212...\,m^2$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_B = 17{,}28\,m^2}\ (17{,}2787...)}}$

Lösungen - Kapitel 6

Lösung Aufgabe 6.1.

Ergänze in der Tabelle für verschiedene Quader mit den Kanten a, b und c jeweils den Oberflächeninhalt A_O und das Volumen V.

Rechteck	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8
Kante a in m	2	2	9	8	0,40	1,50	0,80	6,00
Kante b in m	3	2	7	6	0,60	3,00	2,50	1,20
Kante c in m	4	2	5	3	0,30	5,00	3,00	1,20
Berechne:								
A_O in m²	**52**	**24**	**286**	**180**	**1,080**	**54,00**	**23,80**	**31,68**
V in m³	**24**	**8**	**315**	**144**	**0,072**	**22,50**	**6,00**	**8,64**

kennzeichnet zu berechnende Werte

Ergänze in der Tabelle für verschiedene Quader mit den Kanten a, b und c, dem Oberflächeninhalt A_O und dem Volumen V die jeweils fehlenden Werte.

Rechteck	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16
Kante a in m	3	3	3	6	**6**	**12**	0,3	1,2
Kante b in m	4	3	**2**	**7**	8	5	0,4	**0,8**
Kante c in m	**5**	**3**	1	8	10	7	**2,0**	0,9
Berechne:								
A_O in m²	**94**	54	**22**	292	**376**	358	**3,04**	5,52
V in m³	60	**27**	6	**336**	480	**420**	0,240	**0,864**

kennzeichnet zu berechnende Werte

Lösungen - Kapitel 6

Lösung Aufgabe 6.2.

$A_O = 2 \cdot a^2 + 4 \cdot a \cdot h$

$A_O = 2 \cdot (0{,}92\,m)^2 + 4 \cdot 0{,}92\,m \cdot 1{,}35\,m$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_O = 6{,}66\,m^2 \;(6{,}6608...)}}}$

$V = a^2 \cdot h$

$V = (0{,}92\,m)^2 \cdot 1{,}35\,m$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{V = 1{,}14\,m^3 \;(1{,}14264...)}}}$

Lösung Aufgabe 6.3.

a. $A_O = 6 \cdot a^2$

$A_O = 6 \cdot (8{,}6\,dm)^2$

$A_O = 443{,}76\,dm^2 = 4{,}4376\,m^2$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_O = 4{,}44\,m^2}}}$

$V = a^3$

$V = (8{,}6\,dm)^3$

$V = 636{,}056\,dm^3 = 636{,}056\,l$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{V = 636{,}06\,l}}}$

b. Die Länge der Raumdiagonale entweder über „doppelte" Anwendung des Pythagoras mittels Flächendiagonale berechnen oder die Formel zur Berechnung der Raumdiagonale f aus Formelsammlungen finden.

$f = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3 \cdot a^2} = \sqrt{3} \cdot a$

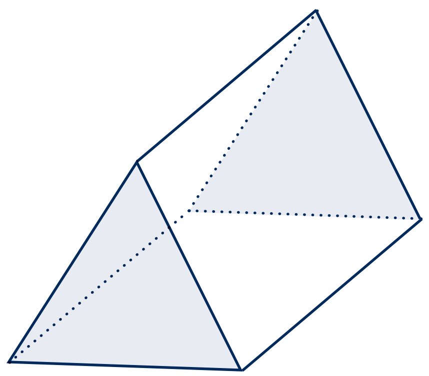
$f = \sqrt{3} \cdot 8{,}6\,dm$

$f = 14{,}8956...\,dm = 1{,}48956...\,m$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{f = 1{,}49\,m}}}$

Lösung Aufgabe 6.4.

Da der Giebel ein **gleichseitiges Dreieck** (hellblau) ist, ist die Sparrenlänge S gleich der Dachbreite D_B.



a. $A_D = a \cdot b = (S + S) \cdot T$

$A_D = (10{,}00\,m + 10{,}00\,m) \cdot 14{,}00\,m$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_D = 280\,m^2}}}$

b. $S^2 = D_H^2 + \left(\frac{D_B}{2}\right)^2$

$D_H = \sqrt{S^2 - \left(\frac{D_B}{2}\right)^2}$

$D_H = \sqrt{(10\,m)^2 - \left(\frac{10\,m}{2}\right)^2}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{D_H = 8{,}66\,m \;(8{,}66254...)}}}$

c. $A = \frac{D_B \cdot D_H}{2}$

$A = (10{,}00\,m \cdot 8{,}66254...\,m) : 2$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A = 43{,}30\,m^2 \;(43{,}30127...)}}}$

d. gleichseitiges dreieckiges Prisma

$V = A_G \cdot h$

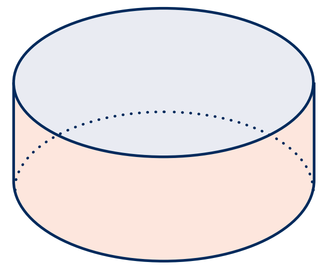
$V = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 \cdot h$

$V = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (10{,}00\,m)^2 \cdot 14{,}00\,m$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A = 606\,m^2 \;(606{,}21778...)}}}$

Lösungen - Kapitel 6

Lösung Aufgabe 6.5.



Die Fläche A setzt sich zusammen aus der Deckfläche = Grundfläche (hellblau) und der Mantelfläche (rosa) dieses Zylinders.

$A = A_G + A_M$

$A = \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$

$A = \pi \cdot (4{,}95\,m)^2 + 2 \cdot \pi \cdot 4{,}95\,m \cdot 2{,}80\,m$

$\underline{\underline{\mathbf{A = 164{,}0618...\,m^2}}}$

Ansatz (Verhältnisgleichung):

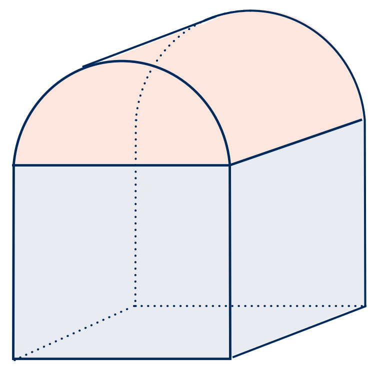
1 m² ≙ 0,3 l

164,0 ... m² ≙ x

x = 49,21... l ⟶ also knapp 50 Liter

Lösung: **Von diesen 10-Liter-Eimern mit Bitumenanstrich werden 5 benötigt.**

Lösung Aufgabe 6.6.



Es handelt sich hier um einen **zusammengesetzten Körper aus** einem **Quader** (hellblau) **und** einem **Halbzylinder** (rosa). Der Radius r des Hallendaches ist die halbe Dachbreite. Die Höhe h der Seitenwand ist die Differenz aus der Gebäudehöhe und diesem Radius.

a. $A_{SW} = l \cdot h$

$A_{SW} = 32{,}00\,m \cdot 10{,}10\,m$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_{SW} = 323{,}2\,m^2}}}$

b. $A_{GW} = A_R + A_{Hk}$

$A_{GW} = D_B \cdot h + \frac{\pi \cdot r^2}{2}$

$A_{GW} = 12{,}80\,m \cdot 10{,}10\,m + \frac{\pi \cdot (6{,}40\,m)^2}{2}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_{GW} = 193{,}62\,m^2 \;(193{,}616...)}}}$

c. $A_W = 2 \cdot (A_{SW} + A_{GW})$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_W = 1.033{,}64\,m^2}}}$

d. „Umfang" x eines Halbkreises:

$x = 2 \cdot \pi \cdot r : 2$

$x = \pi \cdot 6{,}40\,m$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{x = 20{,}11\,m \;(20{,}10619...)}}}$

e. Abwicklung des Daches ergibt ein Rechteck mit den Seiten x und l:

$A_D = x \cdot l$

$A_D = 20{,}11\,m \cdot 32{,}00\,m$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_D = 643\,m^2 \;(643{,}39817...)}}}$

f. Volumen V_D eines **Halb**zylinders:

$V_{Zylinder} = \pi \cdot r^2 \cdot h$

$V_D = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot l}{2}$

$V_D = \frac{\pi \cdot (6{,}40\,m)^2 \cdot 32{,}00\,m}{2}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{V_D = 2.058{,}87\,m^3 \;(2.058{,}874...)}}}$

g. $V_H = V_Q + V_D$

$V_H = D_B \cdot h \cdot l + V_D$

$V_H = 12{,}80\,m \cdot 10{,}10\,m \cdot 32{,}00\,m + 2058{,}87\,m^3$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{V_H = 6.195{,}83\,m^3}}}$

Lösungen - Kapitel 6

Lösung Aufgabe 6.7.

a. Das Sparrengrundmaß beträgt hier 3,40 m, die Dachhöhe ist 2,40 m. Also ist das „Neigungsdreieck" breiter als hoch. Somit ist der Neigungswinkel an der Taufe spitzer als der Winkel am First.
Das Dach ist ein eher flaches.

b. **Berechnungen:**

1. $A_G = a^2$

$A_G = (6{,}80\,m)^2$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_G = 46{,}24\,m^2}}}$

2. $(S = h_a)$

$h_a = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$

$h_a = \sqrt{(2{,}40\,m)^2 + \left(\frac{6{,}80\,m}{2}\right)^2}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{h_a = 4{,}16\,m}\ (4{,}16173...)}}$

3. $A_M = 4 \cdot A_S$

$A_M = 4 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2}$

$A_M = 4 \cdot \frac{6{,}80\,m \cdot 4{,}16\,m}{2}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_M = 56{,}60\,m^2}\ (56{,}599...)}}$

4. $g^2 = h_a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$g = \sqrt{(4{,}16\,m)^2 + \left(\frac{6{,}80\,m}{2}\right)^2}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{g = 5{,}37\,m}\ (5{,}37401...)}}$

5. $\tan\alpha = \frac{GK}{H}$

$\tan\alpha = \frac{D_H}{S_{gm}}$

$\tan\alpha = \frac{2{,}40\,m}{3{,}40\,m}$

$\tan\alpha = 0{,}70588...$

Lösung: $\underline{\underline{\boldsymbol{\alpha = 35^\circ}}}$

Neigungswinkel ist kleiner als 45°, also ein eher flaches Dach. (siehe a.)

Lösungen - Kapitel 6

Lösung Aufgabe 6.8.

a. Sparren/**Längsseite**

$h_a^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + h^2$

$h_a = \sqrt{\left(\frac{7{,}90\,m}{2}\right)^2 + (6{,}30\,m)^2}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{h_a = 7{,}44\,m}\ (7{,}4358927...)}}$

Sparren/**Breitseite**

$h_b^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2$

$h_b = \sqrt{\left(\frac{8{,}50\,m}{2}\right)^2 + (6{,}30\,m)^2}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{h_b = 7{,}60\,m}\ (7{,}5995066...)}}$

b. analog Raumdiagonale/**Quader**

$g^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$

$g = \sqrt{(6{,}30\,m)^2 + \left(\frac{8{,}50\,m}{2}\right)^2 + \left(\frac{7{,}90\,m}{2}\right)^2}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{g = 8{,}56\,m}\ (8{,}564753...)}}$

c. A_D ist Mantelfläche/**rechteckige Pyramide**

$A_D = 2 \cdot A_{Sa} + 2 \cdot A_{Sb}$

$A_D = 2 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2} + 2 \cdot \frac{b \cdot h_b}{2}$

$A_D = 2 \cdot \frac{8{,}50\,m \cdot 7{,}44\,m}{2} + 2 \cdot \frac{7{,}90\,m \cdot 7{,}60\,m}{2}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_M = 123\,m^2}\ (123{,}24119...)}}$

Lösung Aufgabe 6.9.

a. r = halbe Dachbreite = S_{gm}

$A_G = \pi \cdot r^2$

$A_G = \pi \cdot (1{,}60\,m)^2$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_G = 8{,}04\,m^2}\ (8{,}04247...)}}$

$u = 2 \cdot \pi \cdot r$

$u = 2 \cdot \pi \cdot 1{,}60\,m$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{u = 10{,}05\,m}\ (10{,}0530...)}}$

b. Sparren = Mantellinie

$S^2 = D_h^2 + \left(\frac{D_B}{2}\right)^2$

$S^2 = (3{,}70\,m)^2 + \left(\frac{3{,}20\,m}{2}\right)^2$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{S = 4{,}03\,m}\ (4{,}03112...)}}$

c. A_D ist Mantelfläche/Kegel

$A_D = \pi \cdot r \cdot s$

$A_D = \pi \cdot 1{,}60\,m \cdot 4{,}03112...m$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_D = 20{,}26\,m^2}\ (20{,}26266...)}}$

d. $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$

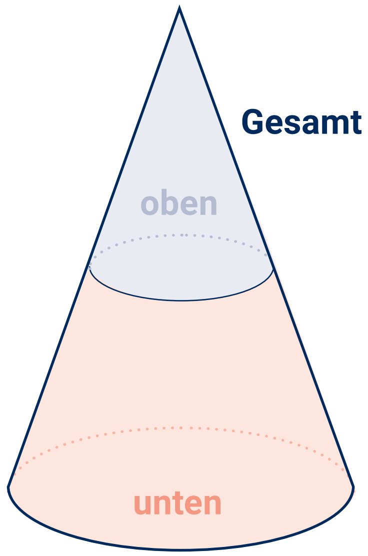
$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot S_{gm}^2 \cdot D_h$

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (1{,}60\,m)^2 \cdot 3{,}70\,m$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{V = 10\,m^3}\ (9{,}919055...)}}$

Lösungen - Kapitel 6

Lösung Aufgabe 6.10.



a. r_u = halbe Dachbreite$_{unten}$

$V_{ges} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_u^2 \cdot h_{ges}$

$V_{ges} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (2{,}65\,m)^2 \cdot 6{,}60\,m$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{V_{ges} = 48{,}54\,m^3}\ (48{,}5360...)}}$

b. r_o = halbe Dachbreite$_{oben}$

$V_o = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_o^2 \cdot h_o$

$V_o = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (1{,}11\,m)^2 \cdot 2{,}15\,m$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{V_o = 2{,}77\,m^3}\ (2{,}77404...)}}$

c. $V_u = V_{ges} - V_o$

$V_u = 48{,}5360...\,m^3 - 2{,}77404...\,m^3$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{V_u = 45{,}76\,m^3}\ (45{,}76199...)}}$

d. $A_{Dges} = \pi \cdot r_u \cdot S_{ges}$ (A_{Dges} = Mantelfläche)

Dazu zuerst Mantellinie S_{ges} vom gesamten Dachkegel berechnen!

$S_{ges} = \sqrt{r_u^2 \cdot h_{ges}^2}$

$S_{ges} = \sqrt{(2{,}65\,m)^2 + (6{,}60\,m)^2}$

$S_{ges} = 7{,}11\,m \quad (7{,}112137...\,m)$

$A_{Dges} = \pi \cdot 2{,}65\,m \cdot 7{,}112137...\,m$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_{Dges} = 59{,}21\,m^2}\ (59{,}2101...)}}$

e. $A_{Du} = A_{Dges} - A_{Do}$

Dazu zuerst Mantelflächeninhalt A_{Dges} der Dachspitze oben berechnen!

$A_{Do} = \pi \cdot r_o \cdot S_o$

S_o = Mantellinie oben

Dazu nun zuerst die Mantellinie S_o der Dachspitze (oberer Kegel) berechnen mit dem Radius r_o der Grundfläche (halbe Dachbreite) und der Dachhöhe h_o!

$S_o = \sqrt{r_o^2 \cdot h_o^2}$

$S_o = \sqrt{(1{,}11\,m)^2 + (2{,}15\,m)^2}$

$S_o = 2{,}42\,m \quad (2{,}41962...\,m)$

$A_{Do} = \pi \cdot r_o \cdot S_o$

$A_{Do} = \pi \cdot 1{,}11\,m \cdot 2{,}41962...\,m$

$A_{Do} = 8{,}44\,m^2 \quad (8{,}43764...)$

$\mathbf{A_{Du} = A_{Dges} - A_{Do}} \longrightarrow A_{Du} = 59{,}2101...m^2 - 8{,}43764...m^2$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_{Du} = 51\,m^2}\ (50{,}772464...)}}$

Lösungen - Kapitel 7

Lösung Aufgabe 7.1.

a. Zweitafelprojektion zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens.

b. Lösung: X = 3,30 m
F = 4,60 m

c. Lösung: S = 5,11 m (5,1088159)
G = 6,08 m (6,0819405)

d. Lösung: U = 35,60 lfd. m

e. Lösung: A_W = 163,76 m²

f. Lösung: A_D = 57,22 m² (57,218738)

g. Lösung: V_D = 115,83 m³

h. tan α = 1,1818182
Lösung: α = 49,8° (49,763642)
D_N = 118%

Lösung Aufgabe 7.2.

a. Lösung: D_N = 90 % (0,90040404)

b. Lösung: X = 5,45 m

c. Lösung: F = 8,50 m

d. Lösung: H = 4,91 m (4,907202)
S = 7,33 m (7,3336984)
G = 9,14 m (9,1370472)

e. Lösung: A_D = 285 m² (284,6748)

Lösung Aufgabe 7.3.

a. Lösung: α = 49° (48,990913)

b. Lösung: B = 9,90 m
X = 4,95 m
F = 12,85 m (=T)

c. Lösung: H = 5,69 m (5,6925)
S = 7,54 m (7,5436...)

d. Lösung: A_D = 193,87 m² (193,872...)

e. Lösung: A_G = 28,18 m² (28,177...)

Lösung Aufgabe 7.4.

Dreitafelprojektion zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens.

Lösung Aufgabe 7.5.

a. Lösung: D_N = 128% (1,279941)

b. Lösung: T_3 = 11,80 m
T_4 = 5,80 m

c. Lösung: X_1 = 5,90 m
X_2 = 4,70 m

d. Lösung: F_1 = 9,40 m
F_2 = 5,80 m

e. Lösung: H_1 = 7,55 m (7,5516554)
S_1 = 9,58 m (9,5831884)
G_1 = 11,25 m (11,253777)

f. Lösung: H_2 = 6,02 m (6,0157255)
S_2 = 7,63 m (7,6340653)
G_2 = 8,96 m (8,9648733)

g. Lösung: V = 2,29 m (2,2889037)

h. $A_D = 2 \cdot T_1 \cdot S_1 + 2 \cdot T_4 \cdot S_2$
Lösung: A_D = 495 m² (494,88235)

Lösungen - Kapitel 7

Lösung Aufgabe 7.6.

a. **1.** LW_{max} = 15,5 cm (${HÜ}_{min}$ = 7 cm)

2. TLA_1 = 24 cm

3. SR = 488 cm

4. Lösung: LR = 31,48... ⟶ **32**

5. Lösung: LW_{opt} = **15,3 cm** (berechnet: LW_{opt} = 15,25 cm) TLA_2 = **19,3 cm**

b. Lösung: Werte sind in Ordnung, denn die Mindesthöhenüberdeckung wird eingehalten: **$HÜ_{tats}$ = 7,4 cm > 7 cm**

c. Lösung: Weil die berechnete Lattweite von 15,25 cm praktisch schlecht gemessen werden kann, wird in diesem Fall in der Praxis eine Lattweite von **15,2 cm und 15,3 cm im Wechsel** verwendet ⟶ **15,2 cm / 15,3 cm / 15,2 cm / 15,3 cm / ...**

Notizen

Förderung

GEFÖRDERT VOM

Bundesministerium für Bildung und Forschung

BasisKomNet (2021–2024) wird mit Mitteln des Bundesministeriums für Bildung und Forschung gefördert (Förderkennzeichen W1488AOG).

Projekt
BasisKomNet. Arbeitsorientierte Grundbildung in Netzwerken verankern ist ein Verbundprojekt des Bundesarbeitskreises Arbeit und Leben in Zusammenarbeit mit den Landesarbeitsgemeinschaften von Arbeit und Leben in Bayern, Berlin-Brandenburg, Hamburg, Hessen, Nordrhein-Westfalen, Rheinland-Pfalz und Sachsen.

Diese Publikation ist entstanden in Kooperation mit dem Landesinnungsverband des Dachdeckerhandwerks Sachsen und dem Landesbildungszentrum des Sächsischen Dachdeckerhandwerks e.V.