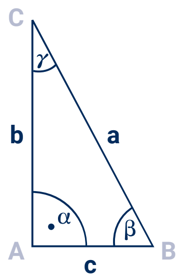
Lösungen - Kapitel 2

Lösung Aufgabe 2.1.

a. Siehe Skizze.



b. Die Seiten b und c sind die Katheten und Seite a ist die Hypotenuse.

c. $a^2 = b^2 + c^2$

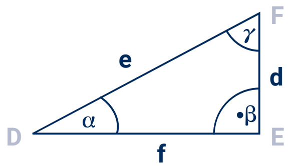
d. Hinweis: b ist die Gegenkathete zu β usw., somit gilt:

$\sin\beta = \frac{b}{a}$ $\cos\beta = \frac{c}{a}$ $\tan\beta = \frac{b}{c}$

Lösung Aufgabe 2.2.

Grundbegriffe anwenden.

a. Siehe Skizze. Rechter Winkel ist der beim Punkt E, also Winkel β.



b. Die Seiten d und f sind die Katheten. Die Seite e ist die Hypotenuse.

c. $e^2 = d^2 + f^2$

d. Hinweis: f ist die Gegenkathete zu γ (Winkel bei Punkt F), somit gilt:

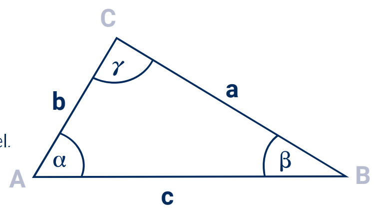
$\sin\gamma = \frac{f}{e}$ $\cos\gamma = \frac{d}{e}$ $\tan\gamma = \frac{f}{d}$

Lösung Aufgabe 2.3.

Grundbegriffe anwenden.

Für das Dreieck ABC gelte: $c^2 = a^2 + b^2$.

a. Siehe Skizze.



b. Seite c ist die Hypotenuse. Winkel γ ist der rechte Winkel.

c. Hinweis: a ist die Gegenkathete zu α (Winkel bei Punkt A), somit gilt:

$\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\tan\alpha = \frac{a}{b}$

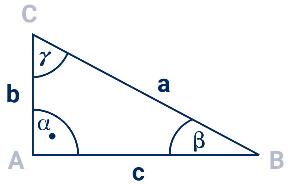
Lösungen - Kapitel 2

Lösung Aufgabe 2.4.

geg.: b = 3,50 m ges.: a, β, γ

c = 350 cm

a. Siehe Skizze.



b.

$a^2 = b^2 + c^2$ (a ist Hypotenuse)

$a = \sqrt{b^2 + c^2}$

$a = \sqrt{(3{,}50\,m)^2 + (3{,}50\,m)^2}$

$a = \sqrt{12{,}25\,m^2 + 12{,}25\,m^2}$

$a = \sqrt{24{,}50\,m^2}$

$\underline{\underline{\mathbf{a = 4{,}95\,m\ (49{,}4974...)}}}$

c.

$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ (Innenwinkels.)

$90^\circ + \beta + \gamma = 180^\circ$ ($\alpha = 90^\circ$)

$\beta + \gamma = 90^\circ$ ($\alpha = \gamma$, da b = c)

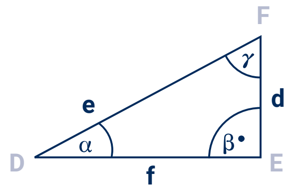
$\underline{\underline{\mathbf{\beta = 45^\circ}}}$

$\underline{\underline{\mathbf{\gamma = 45^\circ}}}$

Lösung Aufgabe 2.5.

geg.: d = 2,80 m ges.: e, α, γ, u

f = 4,25 m



a. $e^2 = d^2 + f^2$ (e ist Hypotenuse)

$e = \sqrt{d^2 + f^2}$

$e = \sqrt{(2{,}80\,m)^2 + (4{,}25\,m)^2}$

$e = \sqrt{7{,}84\,m^2 + 18{,}0625\,m^2}$

$e = \sqrt{25{,}9025\,m^2}$

$\underline{\underline{\mathbf{e = 5{,}09\,m\ (5{,}0894...)}}}$

b. $\tan\alpha = \frac{d}{f}$

$\tan\alpha = \frac{2{,}80\,m}{4{,}25\,m}$

$\tan\alpha = 0{,}65882$

$\underline{\underline{\mathbf{\alpha = 33{,}4^\circ\ (33{,}377...)}}}$

$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$

$\gamma = 180^\circ - 33{,}4^\circ - 90^\circ$

$\underline{\underline{\mathbf{\gamma = 56{,}6^\circ}}}$

c. u = e + d + f

u = 5,09 m + 4,25 m + 2,80 m

$\underline{\underline{\mathbf{u = 12{,}14\,m}}}$

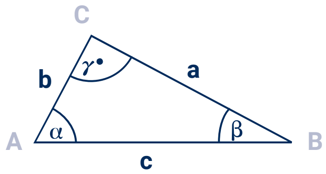
**Es wäre hier auch möglich, für den Winkel α (oder auch für γ) den Sinuswert (oder den Kosinuswert) und daraus dann den eigentlichen Winkel zu berechnen. Dazu müsste aber die soeben berechnete Hypotenuse e verwendet werden. Diese Berechnung könnte jedoch einen Fehler enthalten.Deshalb ist der hier verwendete Weg über den Tangenswert günstiger. Bei diesem Rechenweg werden ja die gegeben Werte der Katheten d und f verwendet.*

HINWEIS

$^* \tan\alpha = \frac{GK}{AK} = \frac{Dh}{Sgm}$

Lösungen - Kapitel 2

Lösung Aufgabe 2.6.



geg.: $b = 2{,}65\ m$ ges.: a, α, β

$c = 400\ cm$

a. $c^2 = a^2 + b^2$ (c ist Hypotenuse)

$a = \sqrt{c^2 - b^2}$

$a = \sqrt{(4{,}00\ m)^2 - (2{,}65\ m)^2}$

$a = \sqrt{9{,}24\ m^2}$

$\underline{\underline{\mathbf{a = 3{,}00\ m\ (2{,}99624...)}}}$

β. $\gamma = 90°$

c. $\cos\alpha = \frac{b}{c}\left(\cos\alpha = \frac{AK}{H}\right)$

$\cos\alpha = \frac{2{,}65\ m}{4{,}00\ m}$

$\cos\alpha = 0{,}65$

$\underline{\underline{\mathbf{\alpha = 48{,}5°}}}$

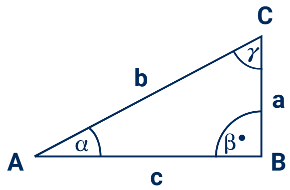
$\alpha + \beta + \gamma = 180°$

$\beta = 180° - \alpha - \gamma$

$\beta = 180° - 48{,}5° - 90°$

$\underline{\underline{\mathbf{\beta = 41{,}5°}}}$

Lösung Aufgabe 2.7.



geg.: $\alpha = 25°$ ges.: e, α, β, γ

$\beta = 90°$

$a = 2200\ mm$

a. Die Seite b ist Hypotenuse, da sie gegenüber dem rechten Winkel liegt. Die Seite a ist kleiner als Seite c, weil Winkel α kleiner als Winkel γ ist, denn $\gamma = 180° - \alpha - \beta$, also $\gamma = 65°$.

b. siehe Skizze

c. $\sin\alpha = \frac{GK}{H}$

$\sin\alpha = \frac{a}{b} \quad | \cdot b$

$b \cdot \sin\alpha = a \quad | : \sin\alpha$

$b = \frac{a}{\sin\alpha}$

$b = \frac{2{,}20\ m}{\sin 25°}$

$b = \frac{2{,}20\ m}{0{,}4226}$

$\underline{\underline{\mathbf{b = 5{,}20\ m\ (5{,}2056...)}}}$

$\tan\alpha = \frac{GK}{AK}$

$\tan\alpha = \frac{a}{c} \quad | \cdot c$

$c \cdot \tan\alpha = a \quad | : \tan\alpha$

$c = \frac{a}{\tan\alpha}$

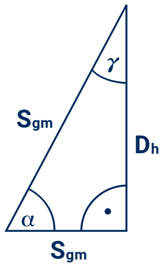
$c = \frac{2{,}20\ m}{\tan 25°}$

$c = \frac{2{,}20\ m}{0{,}4663}$

$\underline{\underline{\mathbf{c = 4{,}72\ m\ (4{,}7179...)}}}$

Lösungen - Kapitel 2

Lösung Aufgabe 2.8.



geg.: $\alpha = 52°$ ges.: S, S_{gm}

$D_h = 3{,}75\ m$

a. Die Sparrenlänge S ist die Hypotenuse.
Die Dachhöhe ist größer als das Sparrengrundmaß, weil $\alpha > \gamma$.

b. siehe Skizze

c. Rechenweg wie bei **Aufgabe 2.7.c)** mit D_h für a, S für b und S_{gm} für c.

$S = \frac{Dh}{\sin\alpha}$

$S = \frac{3{,}75\ m}{\sin 52°}$

$S = \frac{3{,}75\ m}{0{,}7880...}$

$\underline{\underline{\mathbf{S = 4{,}76\ m\ (4{,}7588...)}}}$

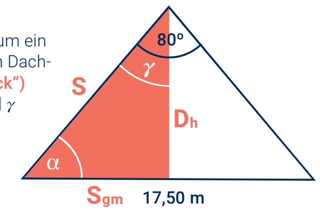
$Sgm = \frac{Dh}{\tan\alpha}$

$Sgm = \frac{3{,}75\ m}{\tan 52°}$

$Sgm = \frac{3{,}75\ m}{1{,}2799...}$

$\underline{\underline{\mathbf{Sgm = 2{,}93\ m\ (2{,}9298...)}}}$

Lösung Aufgabe 2.9.



Bei diesem (großen, schwarzen) „Giebeldreieck“ handelt es sich um ein gleichschenkliges, aber um kein rechtwinkliges Dreieck. Das vom Dachdecker oft verwendete rechtwinklige Dreieck („Dachdeckerdreieck“) ist hier rot eingezeichnet. In diesem roten Dreieck hat der Winkel γ an der Spitze eine Größe von 40°.

geg.: $D_b = 17{,}50\ m$ ges.: α, S_{gm}, D_h, S

$\varepsilon = 80°$

a. siehe Skizze

b. **Neigungswinkel α:**
Im (großen, schwarzen) „Giebeldreieck“ betragen die Basiswinkel 50°:

$180° = 80° + \alpha + \alpha$ (Innenwinkelsatz und gleiche Neigung)

$100° = \alpha + \alpha$

$\underline{\underline{\mathbf{\alpha = 50°}}}$

Sparrengrundmaß S_{gm}: Ist die halbe Dachbreite, also $\underline{\underline{\mathbf{S_{gm} = 8{,}75\ m}}}$

Sparrenlänge und Dachhöhe berechnet man wieder über Gesetzmäßigkeiten im rechtwinkligen Dreieck- unser **„rotes Dachdeckerdreieck“.**

$\cos\alpha = \frac{AK}{H}$

$\cos\alpha = \frac{Sgm}{S} \quad | \cdot S$

$S \cdot \cos\alpha = a \quad | : \cos\alpha$

$S = \frac{Sgm}{\cos\alpha}$

$S = \frac{8{,}75\ m}{\cos 50°}$

$S = \frac{8{,}75\ m}{0{,}6427...}$

$\underline{\underline{\mathbf{S = 13{,}61\ m\ (13{,}6125...)}}}$

$\tan\alpha = \frac{GK}{AK}$

$\tan\alpha = \frac{Dh}{Sgm} \quad | \cdot Sgm$

$Sgm \cdot \tan\alpha = Dh$

$D_h = Sgm \cdot \tan\alpha$

$D_h = 8{,}75\ m \cdot \tan 50°$

$D_h = 8{,}75\ m \cdot 1{,}1917...$

$\underline{\underline{\mathbf{D_h = 10{,}43\ m\ (10{,}4278...)}}}$